



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Metodická příručka a ukázkové příklady z matematiky

PRO OBORY KATEGORIE DOSAŽENÉHO
VZDĚLÁNÍ E SOŠ

2. část

Autorský kolektiv: Miroslav Bartošek, Josef Bobek,
Zuzana Bobková, František Procházka,
Miroslav Staněk

MOV

ISBN 978-80-7578-027-0

Materiál vznikl v rámci projektu Modernizace odborného vzdělávání (MOV), který byl spolufinancován z Evropských strukturálních a investičních fondů a jehož realizaci zajišťoval Národní pedagogický institut České republiky.

Praha, duben 2020

Creative Commons **CC BY SA 4.0** – Uveďte původ – Zachovejte licenci 4.0 Mezinárodní.

Obsah

1	Úvod	5
2	Aritmetika (Číselné obory, operace s čísly).....	6
2.1	Přirozená a celá čísla.....	6
2.1.1	Průpravné úlohy.....	6
2.1.2	Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem	17
2.2	Racionální a reálná čísla	31
2.2.1	Průpravné úlohy.....	31
2.2.2	Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem	42
2.3	Procenta	56
2.3.1	Průpravné úlohy.....	56
2.3.2	Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem	58
2.4	Poměr a úměra	65
2.4.1	Průpravné úlohy.....	65
2.4.2	Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem	68
3	Algebra	74
3.1	Proměnná a výrazy s proměnnými.....	74
3.1.1	Průpravné úlohy.....	74
3.1.2	Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem	78
3.2	Lineární rovnice.....	86
3.2.1	Průpravné úlohy.....	86
3.2.2	Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem	89
4	Práce s daty a informacemi, závislosti.....	93
4.1.1	Průpravné úlohy.....	93
4.1.2	Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem	99
5	Geometrie v rovině	118
5.1	Základní pojmy	118
5.1.1	Průpravné úlohy.....	118
5.1.2	Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem	123
5.2	Obvody a obsahy útvarů v rovině	127
5.2.1	Průpravné úlohy.....	127

5.2.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem	133
6 Geometrie v prostoru	145
6.1 Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles.....	145
6.1.1 Přípravné úlohy.....	145
6.1.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem	153
6.2 Povrchy a objemy těles	158
6.2.1 Přípravné úlohy.....	158
6.2.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem	164
7 Seznam tabulek, grafů a obrázků	172
7.1 Seznam tabulek	172
7.2 Seznam grafů	172
7.3 Seznam obrázků.....	173
8 Použité zdroje.....	176
8.1 Tištěné dokumenty.....	176
8.2 Elektronické dokumenty	177

1 Úvod

Vážení přátelé,

dostává se Vám do rukou metodická příručka, která se pokouší na ukázkových příkladech ukázat, jak řešit příklady z matematiky se žáky učebních oborů kategorie E. Je součástí materiálů, které vznikly v projektu Modernizace odborného vzdělávání k podpoře výuky matematiky na středních odborných školách. Současně s příručkou je k dispozici i sbírka vhodných příkladů k procvičování. Příručka je rozdělena na dvě části.

Při tvorbě modulů pro obory vzdělávání E v rámci projektu **Modernizace odborného vzdělávání (MOV)** jsme zjistili, že pro tyto obory neexistují učebnice, které by braly v úvahu rozdíly mezi žáky, kteří se v těchto oborech vzdělávají. Při našem průzkumu jsme se dozvěděli, že na těchto oborech studují především žáci s lehkým mentálním postižením, žáci se speciálními vzdělávacími potřebami a žáci, kteří nesplnili podmínky pro přijetí na obory vzdělávání H.

Proto jsme se rozhodli, že na pomoc učitelům, kteří na těchto oborech vyučují, připravíme metodickou příručku doplněnou o výběr příkladů, která by jim ulehčila jejich práci. Je na učitelích, které příklady pro své žáky vyberou na základě zkušeností se studijními předpoklady žáků.

Sbírka je sestavena z vlastních úloh a výběru úloh ze starších, nyní již hůře dostupných publikací, které jsme někdy aktualizovali tak, že je lze dobře využít i v současnosti. Sbíрку nepovažujeme za uzavřené dílo, naopak předpokládáme, že ji budeme doplňovat a přizpůsobovat na základě zkušeností uživatelů a vývoje výuky matematiky ve středním odborném vzdělávání. Rádi přivítáme informace o zkušenostech s využitím sbírky i návrhy na úpravy a doplnění úloh, zejména v souvislosti s vývojem výuky a oborů vzdělání.

Za autorský kolektiv:

Miroslav Bartošek, Josef Bobek, Zuzana Bobková, František Procházka, Miroslav Staněk

2 Aritmetika (Číselné obory, operace s čísly)

2.1 Přirozená a celá čísla

Žák:

- rozezná přirozená a celá čísla a umí je zobrazit na číselné ose;
- umí porovnat přirozená a celá čísla;
- provádí aritmetické operace s přirozenými a celými čísly.

2.1.1 Průpravné úlohy

Úlohy odpovídající náročnějším očekávaným výsledkům učení: 7, 8, 9

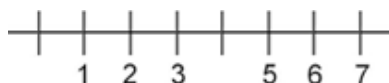
1. Jsou dána čísla -3 ; $\frac{1}{2}$; 2 ; $3,5$; $\sqrt{5}$; $1,2^2$; 4 ; -5 ; 6 . Určete:
- čísla přirozená
 - čísla celá
 - čísla, která nejsou celá

Řešení:

- čísla přirozená: 2 ; 4 ; 5 ; 6
 - čísla celá: -5 ; -3 ; 2 ; 4 ; 6
 - čísla, která nejsou celá: $\frac{1}{2}$; $3,5$; $\sqrt{5}$; $1,2^2$
2. Seřad'te podle velikosti přirozená čísla a zobrazte je na číselné ose: 5 , 3 , 2 , 7 , 6 , 1 .

Řešení:

1 , 2 , 3 , 5 , 6 , 7

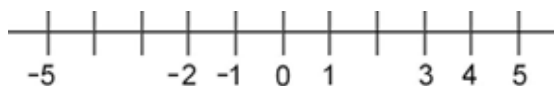


Obrázek 1. Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 2 – řešení

3. Seřad'te podle velikosti celá čísla a zobrazte je na číselné ose: 3 ; -2 ; 5 ; -5 ; 4 ; -1 ; 0 ; 1 .

Řešení:

-5 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 3 ; 4 ; 5



Obrázek 2. Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 3 – řešení

4. Seřad'te podle velikosti čísla 123; 246; 56; 157; 342; 23; -25; -321; $\frac{524}{2}$.

Řešení:

$$-321; -25; 23; 56; 123; 127; 157; 246; \frac{524}{2}; 342$$

5. Rozhodněte, která z uvedených čísel jsou čísla celá, a seřad'te je podle velikosti:

$$-200; \sqrt{8}; (-2)^4; -\frac{12}{3}; \sqrt{9}; 0; 1,2^2; 3,008; \frac{7}{4}$$

Řešení:

$$-200; -\frac{12}{3} = -4; 0; \sqrt{9} = 3; (-2)^4 = 16$$

6. Vypočítejte:

a) $5 + 3 =$	12 + 5 =	23 + 9 =	37 + 12 =
b) $9 - 5 =$	13 - 4 =	28 - 6 =	43 - 15 =
c) $2 \cdot 3 =$	4 \cdot 6 =	5 \cdot 7 =	10 \cdot 8 =
d) $9 : 3 =$	4 : 4 =	15 : 5 =	35 : 7 =

Řešení:

a) $5 + 3 = 8$	12 + 5 = 17	23 + 9 = 32	37 + 12 = 49
b) $9 - 5 = 4$	13 - 4 = 9	28 - 6 = 22	43 - 15 = 28
c) $2 \cdot 3 = 6$	4 \cdot 6 = 24	5 \cdot 7 = 35	10 \cdot 8 = 80
d) $9 : 3 = 3$	4 : 4 = 1	15 : 5 = 3	35 : 7 = 5

7. Vypočítejte:

a) $5 - 5 =$	3 - 4 =	5 - 8 =	4 - 14 =
b) $1 + 5 + 2 =$	7 + 3 + 4 =	4 + 7 + 3 =	1 + 2 + 3 + 4 =
c) $2 + 3 - 4 =$	8 - 5 + 2 =	10 - 5 - 2 =	2 + 7 - 6 =
d) $2 \cdot 5 \cdot 3 =$	3 \cdot 2 \cdot 2 =	2 \cdot 3 \cdot 5 =	2 \cdot 2 \cdot 2 =
e) $12 : 2 : 3 =$	2 \cdot 6 : 2 =	8 : 2 \cdot 3 =	6 \cdot 2 : 2 =

Řešení:

- | | | | |
|-----------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| a) $5 - 5 = 0$ | $3 - 4 = -1$ | $5 - 8 = -3$ | $4 - 14 = -10$ |
| b) $1 + 5 + 2 = 8$ | $7 + 3 + 4 = 14$ | $4 + 7 + 3 = 14$ | $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ |
| c) $2 + 3 - 4 = 1$ | $8 - 5 + 2 = 5$ | $10 - 5 - 2 = 3$ | $2 + 7 - 6 = 3$ |
| d) $2 \cdot 5 \cdot 3 = 30$ | $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ | $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ | $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ |
| e) $12 : 2 : 3 = 2$ | $2 \cdot 6 : 2 = 6$ | $8 : 2 \cdot 3 = 12$ | $6 \cdot 2 : 2 = 6$ |

8. Vypočítejte:

- | | | | |
|----------------------------|-------------------------|---------------------------------|---------------------------|
| a) $(2 + 5) + 1 =$ | $2 + (5 + 1) =$ | $2 + (1 + 5) =$ | $(1 + 5) + (2 + 4) =$ |
| b) $(2 + 3) - 4 =$ | $8 - (4 + 2) =$ | $(8 - 4) + 2 =$ | $(8 - 2) - (3 + 4) =$ |
| c) $(2 \cdot 5) \cdot 3 =$ | $2 \cdot (5 \cdot 3) =$ | $2 \cdot (3 \cdot 5) \cdot 4 =$ | $9 : (3 \cdot 3) =$ |
| d) $2 + 3 \cdot 4 =$ | $(2 + 3) \cdot 4 =$ | $7 \cdot (5 - 2) =$ | $7 \cdot 5 - 7 \cdot 2 =$ |
| e) $(6 + 4) : 2 =$ | $6 + (4 : 2) =$ | $8 : 4 - 2 : 2 =$ | $8 : (4 - 2) : 2 =$ |

Řešení:

- | | | | |
|-------------------------------|----------------------------|-------------------------------------|------------------------------|
| a) $(2 + 5) + 1 = 8$ | $2 + (5 + 1) = 8$ | $2 + (1 + 5) = 8$ | $(1 + 5) + (2 + 4) = 12$ |
| b) $(2 + 3) - 4 = 1$ | $8 - (4 + 2) = 2$ | $(8 - 4) + 2 = 6$ | $(8 - 2) - (3 + 4) = -1$ |
| c) $(2 \cdot 5) \cdot 3 = 30$ | $2 \cdot (5 \cdot 3) = 30$ | $2 \cdot (3 \cdot 5) \cdot 4 = 120$ | $9 : (3 \cdot 3) = 1$ |
| d) $2 + 3 \cdot 4 = 14$ | $(2 + 3) \cdot 4 = 20$ | $7 \cdot (5 - 2) = 21$ | $7 \cdot 5 - 7 \cdot 2 = 21$ |
| e) $(6 + 4) : 2 = 5$ | $6 + (4 : 2) = 8$ | $8 : 4 - 2 : 2 = 1$ | $8 : (4 - 2) : 2 = 2$ |

9. Vypočítejte:

- a) $9 - (5 + 3) + 8 + 7 - (2 + 4) =$
 b) $2 \cdot (4 - 1) + (9 - 5) \cdot 7 + 12 : (3 \cdot 4) =$
 c) $25 : (6 - 1) + (9 - 5) : (8 - 4) + 7 =$

Řešení:

- a) $9 - (5 + 3) + 8 + 7 - (2 + 4) = 10$
 b) $2 \cdot (4 - 1) + (9 - 5) \cdot 7 + 12 : (3 \cdot 4) = 35$
 c) $25 : (6 - 1) + (9 - 5) : (8 - 4) + 7 = 13$

10. Určete hodnotu číselného výrazu:

- a) $(15 + 4) - 7 =$
- b) $18 - (7 + 5) =$
- c) $3 \cdot (5 + 4) =$
- d) $(17 - 5) : 3 =$

Řešení:

- a) $(15 + 4) - 7 = 12$
- b) $18 - (7 + 5) = 6$
- c) $3 \cdot (5 + 4) = 27$
- d) $(17 - 5) : 3 = 4$

11. Určete hodnotu číselného výrazu:

- a) $91 - (52 + 3) + 80 + 7 - (26 + 4) =$
- b) $2 \cdot (42 - 12) + (91 - 56) \cdot 7 + 120 : (3 \cdot 4) =$
- c) $25 : (5 - 10) + (9 - 59) : (82 - 77) + 7 =$

Řešení:

- a) $91 - 55 + 87 - 30 = 93$
- b) $2 \cdot 30 + 35 \cdot 7 + 120 : 12 = 60 + 245 + 10 = 315$
- c) $25 : (-5) + (-50) : 5 + 7 = -5 - 10 + 7 = -8$

12. Vypočítejte bez kalkulačky:

- a) $-6 + (-4) =$
- b) $5 - (-2) =$
- c) $-3 - 5 =$
- d) $(-5) \cdot 2 =$
- e) $(-3) \cdot (-4) =$

Řešení:

- a) $-6 + (-4) = -10$
- b) $5 - (-2) = 7$
- c) $-3 - 5 = -8$
- d) $(-5) \cdot 2 = -10$
- e) $(-3) \cdot (-4) = 12$

13. Doplňte správně závorky:

a) $2 \cdot 6 - 2 = 8$

b) $9 + 7 - 5 \cdot 4 = 44$

Řešení:

a) $2 \cdot (6 - 2) = 8$

b) $(9 + 7 - 5) \cdot 4 = 44$

14. Doplňte správně závorky:

a) $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2 = 23$

b) $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2 = 75$

Řešení:

a) $(7 \cdot 9 + 12) : 3 - 2 = 23$

b) $(7 \cdot 9 + 12) : (3 - 2) = 75$

15. Doplňte správně závorky:

a) $6 \cdot 5 + 21 : 3 - 22 = 50$

b) $5 - 7 \cdot 5 + 10 : 2 - 12 = -17$

Řešení:

a) $6 \cdot (5 + 21 : 3) - 22 = 6 \cdot (5 + 7) - 22 = 6 \cdot 12 - 22 = 72 - 22 = 50$

b) $(5 - 7) \cdot 5 + 10 : 2 - 12 = (-2) \cdot 5 + 5 - 12 = -17$

16. Najděte alespoň jedno řešení, aby po doplnění celých čísel do obdélníků platilo:

a) $(\square - 2 \cdot \square) \cdot \square = 200$

b) $-\square : (\square + \square) = -33$

Řešení:

a) $(400 - 2 \cdot 100) \cdot 1 = 200$

$(200 - 2 \cdot 50) \cdot 2 = 200$

b) $-99 : (2 + 1) = -33$

$-132 : (3 + 1) = -33$

17. Vypočítejte:

- a) $2\ 000 : 100 =$ $3\ 400 : 100 =$ $3\ 000 : 100 =$ $400 : 100 =$
b) $200 : 10 =$ $50 : 10 =$ $330 : 10 =$ $7\ 000 : 10 =$
c) $4\ 000 : 1\ 000 =$ $60\ 000 : 1000 =$ $5\ 000\ 000 : 1\ 000 =$ $3\ 000\ 000 : 1\ 000 =$
d) $300 : 60 =$ $120 : 60 =$ $720 : 60 =$ $3\ 600 : 60 =$
e) $420 : 60 - 2 =$ $2 \cdot 60 + 45 =$ $4 + 240 : 60 =$ $(85 + 15) : 100 =$

Řešení:

- a) $2\ 000 : 100 = 20$ $3\ 400 : 100 = 34$ $3\ 000 : 100 = 30$ $400 : 100 = 4$
b) $200 : 10 = 20$ $50 : 10 = 5$ $330 : 10 = 33$ $7\ 000 : 10 = 700$
c) $4\ 000 : 1\ 000 = 4$ $60\ 000 : 1\ 000 = 60$ $5\ 000\ 000 : 1\ 000 = 5\ 000$
 $3\ 000\ 000 : 1\ 000 = 3\ 000$
d) $300 : 60 = 5$ $120 : 60 = 2$ $720 : 60 = 12$ $3\ 600 : 60 = 60$
e) $420 : 60 - 2 = 5$ $2 \cdot 60 + 45 = 165$ $4 + 240 : 60 = 8$ $(85 + 15) : 100 = 1$

18. Porovnejte čísla a doplňte znaky <, >, =.

- a) 127 135 d) 825 754
b) 267 256 e) 326 325 + 1
c) 458 476

Řešení:

- a) $127 < 135$ d) $825 > 754$
b) $267 > 256$ e) $326 = 325 + 1$
c) $458 < 476$

19. Porovnejte čísla a doplňte znaky <, >, =.

- a) $3 \cdot 500 + 4 \cdot 100 + 50$ $2 \cdot 500 + 8 \cdot 100 + 7 \cdot 50$
b) $2 \cdot 100 + 5 \cdot 20 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 1$ $3 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 5 \cdot 2 + 1$
c) $2 \cdot 1\ 000 - 5 \cdot 1\ 000$ $3 \cdot 100 - 7 \cdot 100$

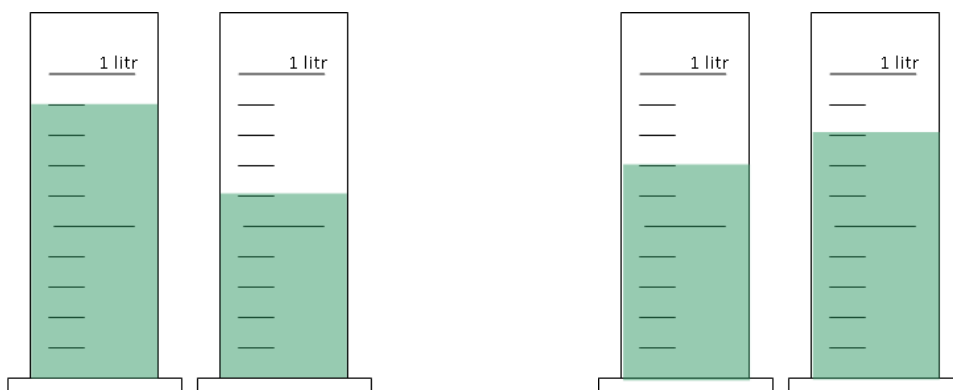
Řešení:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 3 \cdot 500 + 4 \cdot 100 + 50 < 2 \cdot 500 + 8 \cdot 100 + 7 \cdot 50 \\ & 1\,500 + 400 + 50 < 1\,000 + 800 + 350 \\ & 1\,950 < 2\,150 \end{aligned}$$

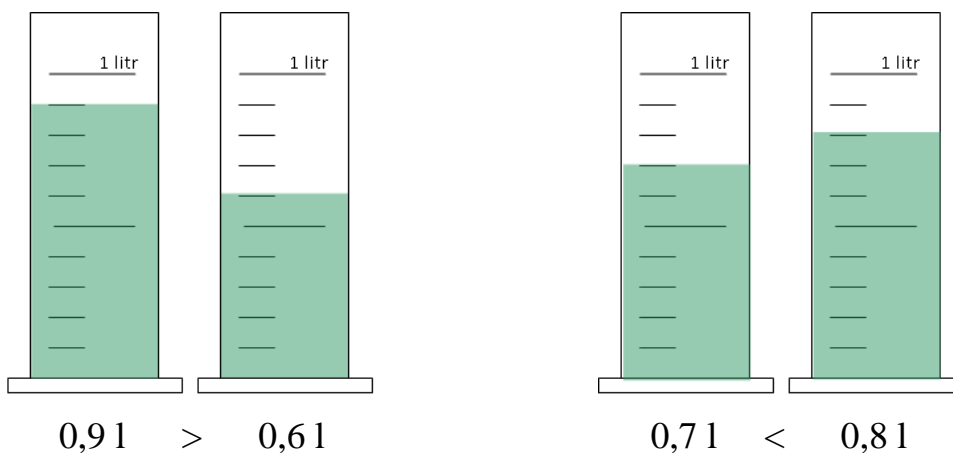
$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 2 \cdot 100 + 5 \cdot 20 + 2 \cdot 10 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 1 = 3 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 5 \cdot 2 + 1 \\ & 200 + 100 + 20 + 10 + 5 = 300 + 10 + 10 + 1 \\ & 335 = 321 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & 2 \cdot 1\,000 - 5 \cdot 1\,000 < 3 \cdot 100 - 7 \cdot 100 \\ & 2\,000 - 5\,000 < 300 - 700 \\ & -3\,000 < -400 \end{aligned}$$

20. Zapište, kolik tekutiny je na každé straně. Mezi obě hodnoty doplňte znaky $<$, $>$, $=$.

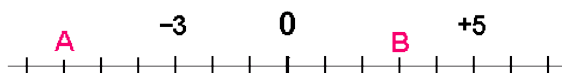


Obrázek 3. Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 20 – zadání

Řešení:

Obrázek 4. Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 20 – řešení

21. Jaké celé číslo bude zapsané místo písmen A, B?

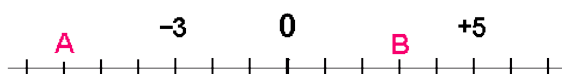


Obrázek 5. Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 21 – zadání

Řešení:

$$A = -6; B = 3$$

22. Určete opačná čísla k číslům ležícím na místě A a B.



Obrázek 6. Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 22 – zadání

Řešení:

Opačné číslo k číslu A je 6, opačné číslo k číslu B je -3 .

23. Zapište přirozené číslo šest tisíc sedm set čtyřicet osm v desítkové soustavě a vyjmenujte jeho číslice.

Řešení:

6 748

24. Zapište přirozené číslo sedmdesát pět tisíc osm set padesát osm v desítkové soustavě a vyjmenujte jeho číslice.

Řešení:

75 858

25. Číslo 236 876 zaokrouhlete na:

- a) desítky
- b) stovky
- c) tisíce

Řešení:

- a) 236 880
- b) 236 900
- c) 237 000

26. Dělte $125 : 7$ a určete zbytek.

Řešení:

17, zbytek 6

27. Určete součty:

a) $625 + 428 + 123 =$

b) $1\,254 + 2\,564 + 358 =$

c) $15\,789 + 24\,562 + 74\,851 =$

Řešení:

a) $625 + 428 + 123 = 1\,176$

b) $1\,254 + 2\,564 + 358 = 4\,176$

c) $15\,789 + 24\,562 + 74\,851 = 115\,202$

28. Sečtěte:

a)	5 439	b)	4 821	c)	8 254	d)	9 814	e)	1 687
	42		64		95		15		57
	21		26		33		36		63
	<hr/>		<hr/>		<hr/>		<hr/>		<hr/>

Řešení:

a)	5 439	b)	4 821	c)	8 254	d)	9 814	e)	1 687
	42		64		95		15		57
	21		26		33		36		63
	<hr/>		<hr/>		<hr/>		<hr/>		<hr/>
	5 502		4 911		8 382		9 865		1 807

29. Doplňte místo teček čísla:

a)	5 756	b)	3 248	c)	6 423	d)	8 689	e)	7 641
	-		-		-		-		-
	<hr/>		<hr/>		<hr/>		<hr/>		<hr/>
	5 141		3 058		6 258		8 542		7 589

Řešení:

a)	$\begin{array}{r} 5\ 756 \\ - 615 \\ \hline 5\ 141 \end{array}$	b)	$\begin{array}{r} 3\ 248 \\ - 190 \\ \hline 3\ 058 \end{array}$	c)	$\begin{array}{r} 6\ 423 \\ - 165 \\ \hline 6\ 258 \end{array}$	d)	$\begin{array}{r} 8\ 689 \\ - 147 \\ \hline 8\ 542 \end{array}$	e)	$\begin{array}{r} 7\ 641 \\ - 52 \\ \hline 7\ 589 \end{array}$
----	-----------------------------------------------------------------	----	-----------------------------------------------------------------	----	-----------------------------------------------------------------	----	-----------------------------------------------------------------	----	----------------------------------------------------------------

30. Dělte a určete zbytek při dělení čísel:

- | | |
|---------------|---------------|
| a) $50 : 4 =$ | d) $48 : 9 =$ |
| b) $16 : 7 =$ | e) $75 : 6 =$ |
| c) $52 : 8 =$ | |

Řešení:

- | | |
|-----------|-----------|
| a) 12 (2) | d) 5 (3) |
| b) 2 (2) | e) 12 (3) |
| c) 6 (4) | |

31. Určete součiny:

- | | |
|-------|-------|
| a) 48 | c) 72 |
| b) 63 | d) 88 |

Řešení:

- | | |
|---------------------------------------------|---------------------------------------------|
| a) $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ | c) $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ |
| b) $63 = 3 \cdot 3 \cdot 7$ | d) $88 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11$ |

32. Určete číslo vzniklé vynásobením prvních pěti prvočísel.

Řešení:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$$

33. Převeďte na metry.

- | |
|---------------------------------------|
| a) 20 dm; 300 cm; 3 km |
| b) 7,2 km; 65,4 dm; 18 456 cm; 248 mm |

Řešení:

- | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a) $20\text{ dm} = 2\text{ m}$; $300\text{ cm} = 3\text{ m}$; $3\text{ km} = 3\ 000\text{ m}$ |
| b) $7,2\text{ km} = 7\ 200\text{ m}$; $65,4\text{ dm} = 6,54\text{ m}$; $18\ 456\text{ cm} = 184,56\text{ m}$; $248\text{ mm} = 0,248\text{ m}$ |

34. Převeďte na kilogramy.

- a) 123 q
- b) 2,5 t
- c) 0,045 q

Řešení:

- a) $123 \text{ q} = 12\,300 \text{ kg}$
- b) $2,5 \text{ t} = 2\,500 \text{ kg}$
- c) $0,045 \text{ q} = 4,5 \text{ kg}$

35. Převeďte na litry.

- a) 1 m^3 ; 1 hl ; 5 dm^3 ; $1\,000 \text{ cm}^3$
- b) 2 m^3 ; $2,5 \text{ hl}$; $3,5 \text{ dm}^3$; 150 cm^3 ; 2 hl ; 36 l

Řešení:

- a) $1 \text{ m}^3 = 1\,000 \text{ l}$, $1 \text{ hl} = 100 \text{ l}$, $5 \text{ dm}^3 = 5 \text{ l}$, $1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ l}$
- b) $2 \text{ m}^3 = 2\,000 \text{ l}$; $2,5 \text{ hl} = 250 \text{ l}$; $3,5 \text{ dm}^3 = 3,5 \text{ l}$; $150 \text{ cm}^3 = 0,15 \text{ l}$;
 $2 \text{ hl} = 200 \text{ l}$; $36 \text{ l} = 36 \text{ l}$

36. Převeďte na minuty.

- a) 2 h a 300 s
- b) 1 h a 240 s

Řešení:

- a) 125 min
- b) 64 min

37. Převeďte na sekundy.

- a) 2 min
- b) 30 min
- c) 2 h
- d) 50 min 20 s

Řešení:

- a) 120 s
- b) 1 800 s
- c) 7 200 s
- d) 3 020 s

38. Převed'te:

- | | | |
|------------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------------------------|
| a) $2 \text{ m} = \dots \text{ cm}$ | $72 \text{ cm} = \dots \text{ mm}$ | $5 \text{ m} + 20 \text{ dm} = \dots \text{ cm}$ |
| b) $1 \text{ den} = \dots \text{ h}$ | $2 \text{ min} = \dots \text{ s}$ | $1 \text{ h} + 40 \text{ min} = \dots \text{ min}$ |
| c) $6 \text{ hl} = \dots \text{ l}$ | $1 \text{ l} = \dots \text{ ml}$ | $15 \text{ l} + 85 \text{ l} = \dots \text{ hl}$ |
| d) $1\ 000 \text{ g} = \dots \text{ kg}$ | $1 \text{ t} = \dots \text{ kg}$ | $1 \text{ t} - 400 \text{ kg} = \dots \text{ kg}$ |

Řešení:

- | | | |
|--------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------------------|
| a) $2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$ | $72 \text{ cm} = 720 \text{ mm}$ | $5 \text{ m} + 20 \text{ dm} = 700 \text{ cm}$ |
| b) $1 \text{ den} = 24 \text{ h}$ | $2 \text{ min} = 120 \text{ s}$ | $1 \text{ h} + 40 \text{ min} = 100 \text{ min}$ |
| c) $6 \text{ hl} = 600 \text{ l}$ | $1 \text{ l} = 1\ 000 \text{ ml}$ | $15 \text{ l} + 85 \text{ l} = 1 \text{ hl}$ |
| d) $1\ 000 \text{ g} = 1 \text{ kg}$ | $1 \text{ t} = 1\ 000 \text{ kg}$ | $1 \text{ t} - 400 \text{ kg} = 600 \text{ kg}$ |

2.1.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem

1. Jitka upekla 25 koláčů a 9 taštiček. Kolik kusů pečiva upekla?

Řešení:

$$25 + 9 = 34$$

Jitka upekla 34 kusů pečiva.

2. Švadleny dostaly dva balíky látky. V jednom balíku je 56 m látky a ve druhém 8 m látky. Kolik metrů látky dostaly?

Řešení:

$$56 \text{ m} + 8 \text{ m} = 64 \text{ m}$$

Švadleny dostaly 64 m látky.

3. V domově mládeže koupili nové záclony. Na pokoje koupili 95 m záclon, do jídelny 50 m záclon a do studoven 40 m záclon. Kolik m záclon koupili?

Řešení:

$$95 \text{ m} + 50 \text{ m} + 40 \text{ m} = 185 \text{ m}$$

Koupili 185 m látky.

4. Na školním statku mají 850 slepic, 420 hus a 230 kachen. Kolik kusů drůbeže chovají?

Řešení:

$$850 + 420 + 230 = 1\ 500$$

Na statku chovají 1 500 kusů drůbeže.

5. Do kuchyně koupili 60 vajíček. Na pečení spotřebovali 15 vajíček. Kolik vajíček jim zbylo?

Řešení:

$$60 - 15 = 45$$

V kuchyni zbylo 45 vajec.

6. Maminka chce podělit své tři děti jablky. Kolik jablek musí koupit, aby všechny děti dostaly stejně? Přitom nechce kupovat víc než 10 jablek.

Řešení:

Maminka musí koupit buď 3, 6 nebo 9 jablek.

7. Pavel má 20 Kč, Petr má o 3 Kč více, Tomáš má tolik Kč jako Pavel s Petrem dohromady. Kolik Kč má Petr a kolik Tomáš?

Řešení:

$$20 \text{ Kč} + 3 \text{ Kč} = 23 \text{ Kč}$$

$$20 \text{ Kč} + 23 \text{ Kč} = 43 \text{ Kč}$$

Petr má 23 Kč a Tomáš má 43 Kč.

8. Nákladní vlak ve stanici A odpojil 5 vagónů a přibral 3. Když dojel do stanice B, odpojil 2 vagóny. Kolik vagónů měl vlak na začátku jízdy, pokud do cíle dojelo 20 vagónů?

Řešení:

$$20 + 5 - 3 + 2 = 24$$

Na začátku jízdy měl nákladní vlak 24 vagónů.

9. Pan Kostka si chce koupit horské kolo s turistickým vybavením. Má k dispozici 10 000 Kč. Bude mu tato částka stačit, jestliže kolo stojí 8 790 Kč, povinné vybavení stojí 1 340 Kč a doplňky pro turistiku stojí 560 Kč?

Řešení:

$$10\,000 \text{ Kč} - 8\,790 \text{ Kč} - 1\,340 \text{ Kč} - 560 \text{ Kč} = -690 \text{ Kč}$$

Panu Kostkovi chybí 690 Kč.

10. Láhve s Kofolou se balí do krabic po 8 kusech.
- a) Kolik krabic se lahvemi zcela naplní, když je lahví 42?
 - b) Kolik láhví zůstane nezabalených?

Řešení:

$$42 : 8 = 5, \text{ zbytek jsou } 2$$

- a) Lahvemi se naplní 5 krabic.
- b) Zbydou 2 láhve.

11. Na statku mají krávy, ovce a kozy. Krav je 48, koz je o 23 méně než krav a ovcí je 8krát méně než krav. Kolik mají na statku zvířat?

Řešení:

$$48 + (48 - 23) + 48 : 8 = 48 + 25 + 6 = 79$$

Na statku mají 79 zvířat.

12. Železniční trať z Prahy do Pardubic měří 104 km. Z Prahy do Brna 255 km. Jaká je vzdálenost z Pardubic do Brna? (Všechna města leží na jedné trati.)

Řešení:

$$255 - 104 = 151$$

Vzdálenost z Pardubic do Brna je 151 km.

13. Karel nasbíral 5 košů jahod, Petr o tři méně. Kolik košů jahod nasbírali dohromady?

Řešení:

$$5 + (5 - 3) = 5 + 2 = 7$$

Nasbírali 7 košů jahod.

14. Na polici bylo 10 knih. Petr si vzal 3 knihy, Pavel 2 knihy a Jitka 4 knihy. Kolik knih zůstalo na polici?

Řešení:

$$10 - (3 + 2 + 4) = 10 - 9 = 1$$

Na polici zůstala 1 kniha.

15. Žáci při pracích na zahradě rozvezli 52 koleček kompostu, koleček se zeminou rozvezli o 5 méně.

- a) Kolik koleček rozvezli?
- b) Kolik koleček bylo se zeminou?

Řešení:

a) $52 + 47 = 99$

Žáci rozvezli 99 koleček.

b) $52 - 5 = 47$

Se zeminou bylo 47 koleček.

16. Děvčata zasadila při práci v zahradnictví 10 sazenic kvěťáku, 5 sazenic jahod a 15 sazenic květin. Ujalo se 8 sazenic kvěťáku, 3 sazenice jahod a 12 sazenic květin. Kolik sazenic se neujalo?

Řešení:

$$10 + 5 + 15 = 30$$

$$8 + 3 + 12 = 23$$

$$30 - 23 = 7$$

Neujalo se 7 sazenic.

17. Petr skočil do dálky 523 cm, Jirka 53 dm. Kdo skočil dál a o kolik cm?

Řešení:

$$53 \text{ dm} = 530 \text{ cm}$$

$$530 - 523 = 7$$

Jirka skočil dál o 7 cm.

18. Chlapci mají v tělesné výchově nastoupit do řady podle velikosti. Seřadte je od nejmenšího do největšího, jestliže měří: 175 cm, 165 cm, 168 cm, 161 cm, 172 cm, 179 cm, 163 cm, 171 cm a 180 cm.

Řešení:

161 cm, 163 cm, 165 cm, 168 cm, 171 cm, 172 cm, 175 cm, 179 cm, 180 cm

19. Do sportovních kroužků chodí 17 žáků. Z toho 11 žáků chodí na fotbal a 9 chodí na florbal. Kolik žáků chodí na oba kroužky současně?

Řešení:

$$11 + 9 = 20$$

$$20 - 17 = 3$$

Na oba kroužky současně chodí 3 žáci.

20. Paní Málková se narodila v roce 1985 a je o pět let mladší než pan Málek. V kterém roce se narodil pan Málek?

Řešení:

$$1985 - 5 = 1980$$

Pan Málek se narodil v roce 1980.

21. Osobní výtah má nosnost 300 kg. Mohou nastoupit osoby, které váží 85 kg, 98 kg a 105 kg?

Řešení:

$$85 \text{ kg} + 98 \text{ kg} + 105 \text{ kg} = 288 \text{ kg}$$

Osoby váží 288 kg, proto mohou nastoupit do výtahu.

22. Pro práci v krejčovské dílně zakoupila paní učitelka 8 metrů barevné stuhy a zaplatila 64 Kč.

a) Kolik stojí 1 m stuhy?

b) Kolik korun zaplatila Jana, která koupila 6 m stejné stuhy?

Řešení:

$$a) \quad 64 : 8 = 8$$

Metr stuhy stojí 8 Kč.

$$b) \quad 8 \cdot 6 = 48$$

Jana zaplatila 48 Kč.

23. Alena má 15 koláčů, Karla jich má dvakrát víc. Kolik koláčů má Karla?

Řešení:

$$15 \cdot 2 = 30$$

Karla má 30 koláčů.

24. Pokladní ve školním bufetu má v pokladně 5 tisícikorun, 3 pětisetkoruny, 2 dvousetkoruny, 4 stokoruny, 5 desetikorun a 3 pětikoruny. Kolik Kč má v pokladně?

Řešení:

$$5 \cdot 1\,000 \text{ Kč} + 3 \cdot 500 \text{ Kč} + 2 \cdot 200 \text{ Kč} + 4 \cdot 100 \text{ Kč} + 5 \cdot 10 \text{ Kč} + 3 \cdot 5 \text{ Kč} =$$

$$= 5\,000 \text{ Kč} + 1\,500 \text{ Kč} + 400 \text{ Kč} + 400 \text{ Kč} + 50 \text{ Kč} + 15 \text{ Kč} = 7\,365 \text{ Kč}$$

Pokladní má v pokladně 7 365 Kč.

25. V obchodě stojí 20 kalendářů 400 Kč. Kolik Kč stojí 3 kalendáře?

Řešení:

$$400 \text{ Kč} : 20 = 20 \text{ Kč} \qquad 3 \cdot 20 \text{ Kč} = 60 \text{ Kč}$$

3 kalendáře stojí 60 Kč.

26. Kolik jablek musí koupit Pavel, když chce podělit spravedlivě své dva sourozence a sám si nechat dvojnásobné množství a nechce kupovat více než 10 jablek.

Řešení:

$$8 : 4 = 2, \text{ popř. } 4 : 4 = 1$$

Pavel bude mít 4 jablka a jeho sourozenci po 2 jablkách, nebo Pavel bude mít 2 jablka a jeho sourozenci po 1 jablku.

27. Nákladní automobil uveze 6 tun. Kolikrát se musí otočit, má-li přepravit 230 tun písku?

Řešení:

$$230 \text{ t} : 6 \text{ t} = 38, \text{ zbytek } 2$$

Automobil musí udělat 39 jízd.

28. Cyklisté jeli na výlet. Nejprve jeli 3 hodiny průměrnou rychlostí 35 kilometrů za hodinu, potom zpomalili a další 4 hodiny jeli jen rychlostí 25 kilometrů za hodinu. Kolik ujeli celkem kilometrů?

Řešení:

$$3 \cdot 35 + 4 \cdot 25 = 105 + 100 = 205$$

Cyklisté ujeli 205 km.

29. Aleš si koupil zmrzlinu za 54 Kč a Petr za 78 Kč. Kdo z nich má dražší zmrzlinu a o kolik?

Řešení:

$$54 < 78 \qquad 78 - 54 = 24$$

Petr má zmrzlinu dražší o 24 Kč.

30. Petr si koupil 5 oplatek, za které zaplatil 30 Kč. Kolik Kč by zaplatil za 1 oplatku, 3 oplatky, 7 oplatek?

Řešení:

$$30 \text{ Kč} : 5 = 6 \text{ Kč} \qquad 3 \cdot 6 \text{ Kč} = 18 \text{ Kč} \qquad 7 \cdot 6 \text{ Kč} = 42 \text{ Kč}$$

Jedna oplatka stojí 6 Kč, 3 oplatky stojí 18 Kč a 7 oplatek stojí 42 Kč.

31. Ve směnárně nakoupíte 1 euro za 26 Kč. Kolik euro dostanete za 13 000 Kč?

Řešení:

$$13\,000 : 26 = 500$$

Dostaneme 500 eur.

32. Zedník má příjem 14 300 Kč za 22 pracovních dnů. Jaký je jeho příjem za 1 den práce?

Řešení:

$$14\,300 : 22 = 650$$

Denní příjem zedníka je 650 Kč.

33. Rodina má příjem 28 000 Kč. Za elektřinu, nájem, vodné a stočné, televizi a internet zaplatí 9 000 Kč, za jídlo 13 000 Kč. Kolik Kč jí zůstane na spoření, ošacení a kulturu?

Řešení:

$$28\,000 - 9\,000 - 13\,000 = 6\,000$$

Rodině zůstane na spoření, ošacení a kulturu 6 000 Kč.

34. Pan Šetrný si ukládá každý měsíc 1 150 Kč. Kolik Kč bude mít na svém kontě za 12 měsíců?

Řešení:

$$1\,150 \cdot 12 = 13\,800 \text{ Kč}$$

Pan Šetrný bude mít na účtu 13 800 Kč.

35. Osobní automobil ujel vzdálenost 825 km za 11 hodin. Kolik kilometrů ujel za 1 hodinu?

Řešení:

$$825 : 11 = 75$$

Automobil ujel za hodinu 75 km.

36. Skupina skautů se vydala na výlet. První den ušli 8 km 200 m, druhý den 6 km 400 m a třetí den 7 km 100 m. Kolik km ušli celkem?

Řešení:

$$8 \text{ km} + 200 \text{ m} + 6 \text{ km} + 400 \text{ m} + 7 \text{ km} + 100 \text{ m} = 21 \text{ km} + 700 \text{ m}$$

Skauti ušli 21 km 700 m.

37. Exkurze do muzea se zúčastnilo 20 žáků, každý žák zaplatil 35 Kč. Kolik korun zaplatili žáci celkem?

Řešení:

$$20 \cdot 35 = 700$$

Žáci zaplatili celkem 700 Kč.

38. Pavel utratil 10 Kč. Petr utratil 5krát víc. Kolik Kč utratil Petr?

Řešení:

$$10 \cdot 5 = 50$$

Petr utratil 50 Kč.

39. Jitka si koupila boty za 720 Kč. Sestře koupila tričko, které bylo 6krát levnější. Kolik Kč stálo tričko?

Řešení:

$$720 : 6 = 120$$

Tričko stálo 120 Kč.

40. Rodiče zařizovali dětem dětský pokoj. Rozpočet na nábytek měli 30 000 Kč. Nová postel stojí 6 500 Kč, psací stůl stojí 3 500 Kč, židle 800 Kč a skříň 4 800 Kč. Stačily jim peníze na pořízení věcí pro dva chlapce, nebo jim na jednu skříň už peníze nezbyly?

Řešení:

$$6\,500 + 3\,500 + 800 + 4\,800 = 15\,600$$

$$15\,600 \cdot 2 = 31\,200$$

$$31\,200 - 30\,000 = 1\,200$$

Peníze jim nestačily, protože jim chybělo 1 200 Kč, museli koupit pouze 1 skříň.

41. Tesař měl rozříznout trám dlouhý 360 cm na 4 stejné díly. Kolik metrů měří jeden díl?

Řešení:

$$360 \text{ cm} : 4 = 90 \text{ cm} = 0,9 \text{ m}$$

Jeden díl měří 0,9 m.

42. Do prodejny ovoce a zeleniny přivezli 350 kg brambor. Cibule bylo 5krát méně než brambor, papriky bylo o 12 kg méně než cibule.

- a) Kolik kg cibule dovezli?
- b) Kolik kg papriky dovezli?
- c) O kolik kg cibule bylo méně než brambor?
- d) Kolik kg přivezli celkem?

Řešení:

a) $350 : 5 = 70$

Dovezli 70 kg cibule.

c) $350 - 70 = 280$

Cibule bylo o 280 kg méně než brambor.

b) $70 - 12 = 58$

Dovezli 58 kg papriky.

d) $350 + 70 + 58 = 478$

Celkem přivezli 478 kg.

43. Zahradnice vysázela 10 sazenic ve vzdálenosti 15 cm od sebe. Jak dlouhý je řádek, na který sazenice vysázela, jestliže sazenice je 15 cm od okraje řádku?

Řešení:

$$9 \cdot 15 = 135, 135 + 30 = 165$$

Řádek je dlouhý 165 cm.

44. Autobazar má ve městě dvě pobočky. V jedné pobočce mají na prodej 54 automobilů a ve druhé 29 automobilů. Ke každému automobilu mají 2 klíče. Kolik má autobazar automobilů a kolik klíčů?

Řešení:

$$54 + 29 = 83$$

$$83 \cdot 2 = 166$$

Autobazar má 83 automobilů, ke kterým má 166 klíčů.

45. Ve školní cukrárně pekli svatební koláče. Upekli 360 ks makových, 210 ks tvarohových a 320 ks povidlových a rozdělili je do 10 krabic. Kolik ks koláčů dali do každé krabice, aby ve všech krabicích bylo stejně koláčů?

Řešení:

$$360 + 210 + 320 = 890 \quad 890 : 10 = 89$$

Do každé krabice dali 89 koláčů.

46. Petr šel nakoupit pečivo. Koupil 3 housky po 3 Kč, půlku chleba za 17 Kč a dva koláče po 12 Kč. Kolik korun zaplatil za nákup?

Řešení:

$$3 \cdot 3 \text{ Kč} + 17 \text{ Kč} + 2 \cdot 12 \text{ Kč} = 9 \text{ Kč} + 17 \text{ Kč} + 24 \text{ Kč} = 50 \text{ Kč}$$

Petr za nákup zaplatil 50 Kč.

47. Za tři dny se v jídelně spotřebuje 144 kg masa. Kolik kg masa se spotřebuje při stejné spotřebě za 5 dní?

Řešení:

$$144 \text{ kg} : 3 = 48 \text{ kg} \quad 48 \text{ kg} \cdot 5 = 240 \text{ kg}$$

Za pět dní se spotřebuje 240 kg masa.

48. Kolik čtverečních metrů dlaždic je potřeba k pokrytí obdélníkové podlahy, která má rozměry 3 m a 8 m?

Řešení:

$$3 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} = 24 \text{ m}^2$$

Je potřeba 24 m² dlaždic.

49. Teploměr ráno ukazoval $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$. Pak teplota stoupla o $4\text{ }^{\circ}\text{C}$, znovu stoupla o $2\text{ }^{\circ}\text{C}$, klesla o $5\text{ }^{\circ}\text{C}$, dále klesla o $7\text{ }^{\circ}\text{C}$. Jakou koncovou teplotu ukazuje teploměr?

Řešení:

$$-15\text{ }^{\circ}\text{C} + 4\text{ }^{\circ}\text{C} + 2\text{ }^{\circ}\text{C} - 5\text{ }^{\circ}\text{C} - 7\text{ }^{\circ}\text{C} = -21\text{ }^{\circ}\text{C}$$

Teploměr ukazuje $-21\text{ }^{\circ}\text{C}$.

50. Sportovní dres stojí 2 560 Kč. Kolik Kč utržila prodejna, jestliže jich prodala 12?

Řešení:

$$2\,560 \text{ Kč} \cdot 12 = 30\,720 \text{ Kč}$$

Prodejna utržila 30 720 Kč.

51. Adam, David a Karel si na brigádě vydělali dohromady 720 Kč. Rozdělili si je stejným dílem. Kolik Kč dostal každý z nich?

Řešení:

$$720 \text{ Kč} : 3 = 240 \text{ Kč}$$

Každý chlapec dostal 240 Kč.

52. Jan a Jirka si dohromady ušetřili 2 560 Kč. Jirka si ušetřil 3krát víc než Jan. Kolik Kč si ušetřil každý z nich?

Řešení:

$$2\,560 \text{ Kč} : 4 = 640 \text{ Kč} \qquad 640 \text{ Kč} \cdot 3 = 1\,920 \text{ Kč}$$

Jirka si ušetřil 1 920 Kč a Jan 640 Kč.

53. Rychlík ujel trať z Prahy do Olomouce, která měří 250 km, za 2 hodiny 30 minut. Kolik kilometrů ujel za hodinu?

Řešení:

$$2 \text{ h } 30 \text{ min} = 2,5 \text{ h} \qquad 250 \text{ km} : 2,5 \text{ h} = 100 \text{ km}$$

Rychlík ujel za hodinu 100 km.

54. V sadu je 7 řad meruněk po 55 stromcích, 6 řad broskví po 45 stromcích a 10 řad jabloní po 62 stromcích. Kolik je v sadě stromků?

Řešení:

$$7 \cdot 55 + 6 \cdot 45 + 10 \cdot 62 = 385 + 270 + 620 = 1\,275$$

V sadě je 1 275 stromků.

55. Zahradnice vysázela v pondělí 86 sazenic, v úterý 90 sazenic a ve středu 64 sazenic. Kolik sazenic vysadila průměrně každý den?

Řešení:

$$86 + 90 + 64 = 240 \qquad 240 : 3 = 80$$

Zahradnice průměrně vysadila 80 sazenic za den.

56. Jana koupila chleba za 32 Kč, 5 rohlíků po 2 Kč a mléko za 15 Kč. Kolik peněz jí vrátila prodavačka, jestliže platila dvoutisícikorunou? Jaké bankovky a mince mohla prodavačka použít, pokud Janě chtěla dát co nejmenší počet platidel?

Řešení:

$$2\ 000\ \text{Kč} - 32\ \text{Kč} - 5 \cdot 2\ \text{Kč} - 15\ \text{Kč} = 1\ 943\ \text{Kč}$$

$$1\ 943\ \text{Kč} = 1\ 000\ \text{Kč} + 500\ \text{Kč} + 2 \cdot 200\ \text{Kč} + 2 \cdot 20\ \text{Kč} + 2\ \text{Kč} + 1\ \text{Kč}$$

Prodavačka použila 1 000 Kč, 500 Kč, 2 · 200 Kč, 2 · 20 Kč, 2 Kč a 1 Kč.

57. Jedno balení brambor váží 2 kg a stojí 30 Kč a druhé balení váží 5 kg a stojí 70 Kč. Eva potřebuje 12 kg brambor. Kolik kterého balení koupí a kolik za ně zaplatí?

Řešení:

$$2 \cdot 70\ \text{Kč} + 1 \cdot 30\ \text{Kč} = 170\ \text{Kč}$$

Eva koupí dvě balení brambor po 5 kg a jedno balení brambor po 2 kg. Zaplatí 170 Kč.

58. V nádrži je 80 l vody. Kolik litrů vody je potřeba doplnit, jestliže objem nádrže je 1 hl?

Řešení:

$$1\ \text{hl} = 100\ \text{l} \Rightarrow 100\ \text{l} - 80\ \text{l} = 20\ \text{l}$$

Je potřeba doplnit 20 l vody.

59. V sudu je 150 litrů vody. Máte ho vyprázdnit kbelíkem, který má objem 5 litrů. Kolik kbelíků potřebujete k vyprázdnění sudu?

Řešení:

$$150\ \text{l} : 5\ \text{l} = 30$$

Je potřeba 30 kbelíků.

60. Ve školním bufetu si Karel koupil 250 g párků a 600 g salátu. Jakou hmotnost má jeho nákup? Je to více nebo méně než 1 kg?

Řešení:

$$250 \text{ g} + 600 \text{ g} = 850 \text{ g} \qquad 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g} \Rightarrow 1000 \text{ g} - 850 \text{ g} = 150 \text{ g}$$

Nákup má hmotnost 850 g. Je to o 150 g méně než 1 kg.

61. Jedno balení hrášku váží 350 g a druhé balení 300 g. Petr dostal za úkol koupit 1 kg hrášku. Kolik kterého balení koupí?

Řešení:

$$2 \cdot 350 \text{ g} + 1 \cdot 300 \text{ g} = 1000 \text{ g} = 1 \text{ kg}$$

Petr koupí dvě balení po 350 g a jedno balení po 300 g.

62. Pan Kalas má na zahradě v osmi úlech včely. Z každého úlu vybral 4 kg medu.

- Kolik medu celkem vybral?
- Loni měl o 20 kg medu více. Kolik medu měl loni?
- Od loňska mu zbylo 9 kg medu. Kolik medu měl celkem letos k dispozici?
- Panu Slavíkovi prodal letos 30 kg medu. Kolik kilogramů medu mu zbylo?
- Aby včely přežily zimu, přikrmoval je cukrem. Do každého úlu dal 6 kg cukru. Kolik cukru potřeboval do 8 úlů?

Řešení:

a) $8 \cdot 4 \text{ kg} = 32 \text{ kg}$

Pan Kalas vybral 32 kg medu.

d) $41 \text{ kg} - 30 \text{ kg} = 11 \text{ kg}$

Zbylo mu 11 kg medu.

b) $32 \text{ kg} + 20 \text{ kg} = 52 \text{ kg}$

Loni měl k dispozici 52 kg medu.

e) $8 \cdot 6 \text{ kg} = 48 \text{ kg}$

Potřeboval 48 kg cukru.

c) $32 \text{ kg} + 9 \text{ kg} = 41 \text{ kg}$

Měl k dispozici 41 kg medu.

63. Paní Nováková koupila 2 kapry, jednoho pro sebe a druhého pro tetu. První byl za 240 Kč a druhý za 320 Kč.

- O kolik korun byl druhý kapr dražší a kolik zaplatila celkem?
- Z prvního kapra udělala 9 dílů. Kolik dílů připadlo na každého člena tříčlenné rodiny?

c) U tety bylo 6 lidí a udělala 12 kousků kapra. Kolik kousků připadlo na každého?

Řešení:

a) $320 \text{ Kč} - 240 \text{ Kč} = 80 \text{ Kč}$ $320 \text{ Kč} + 240 \text{ Kč} = 560 \text{ Kč}$

Druhý kapr byl o 80 Kč dražší. Celkem zaplatila 560 Kč.

b) $9 : 3 = 3$

Na každého člena rodiny připadly tři díly kapra.

c) $12 : 6 = 2$

Na každého připadly 2 kousky kapra.

64. Pan učitel řekl žákům, že přesně za 82 hodin budou mít sraz před výletem. Za kolik dní a kolik hodin se žáci sejdou s panem učitelem?

Řešení:

$82 \text{ h} : 24 \text{ h} = 3 \text{ dny, zbytek } 10 \text{ h}$

Žáci se s panem učitelem sejdou za 3 dny a 10 hodin.

65. Kolik vagónů je třeba k dopravě zboží o hmotnosti 1 564 tun, uveze-li vagón 18 tun.

Řešení:

$1\,564 \text{ t} : 18 \text{ t} = 86, \text{ zbytek } 16$

Je potřeba 87 vagónů.

66. Jak dlouho trvá čerpadlu s výkonem 1 750 l/h naplnit nádrž o objemu 14 m³?

Řešení:

$14 \text{ m}^3 = 14\,000 \text{ l} \Rightarrow 14\,000 \text{ l} : 1\,750 \text{ l/h} = 8 \text{ h}$

Nádrž se naplní za 8 hodin.

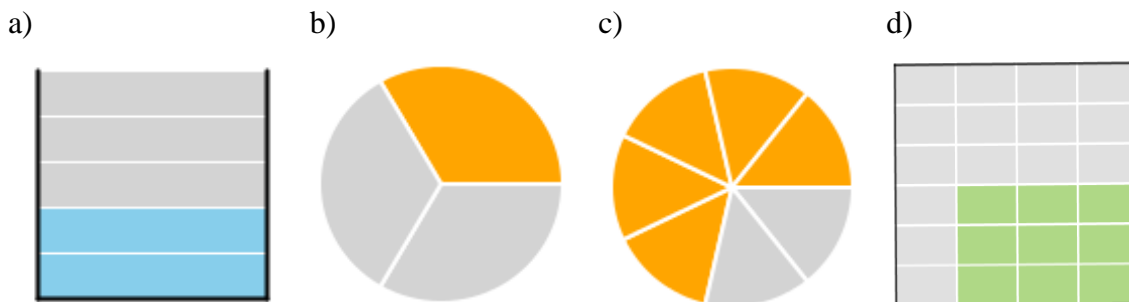
2.2 Racionální a reálná čísla

Žák:

- používá různé zápisy racionálního čísla;
- provádí aritmetické operace se zlomky a desetinnými čísly;
- zaokrouhluje čísla a provádí odhad výsledku;
- zobrazí reálné číslo na číselné ose;
- určí druhou mocninu a odmocninu pomocí kalkulačtoru;
- ovládá převody jednotek.

2.2.1 Průpravné úlohy

1. Jakým zlomkům odpovídají následující obrázky?

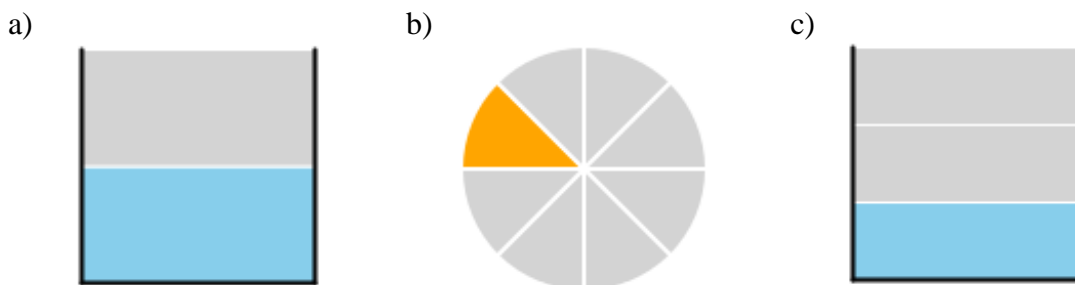


Obrázek 7. Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 1 – zadání

Řešení:

a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{7}$ d) $\frac{9}{24}$

2. Který obrázek odpovídá zlomku $\frac{1}{3}$?



Obrázek 8. Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 2 – zadání

Řešení:

c)

3. Znázorněte obrázkem zlomek:

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{8}$

c) $\frac{2}{5}$

Řešení:

a)



b)



c)



Obrázek 9. Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 3 – řešení

4. Znázorněte obrázkem zlomek:

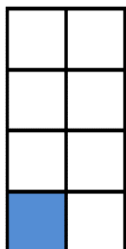
a) $\frac{1}{8}$

b) $\frac{7}{20}$

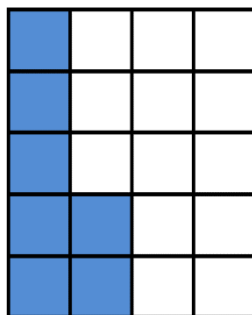
c) $\frac{12}{5}$

Řešení:

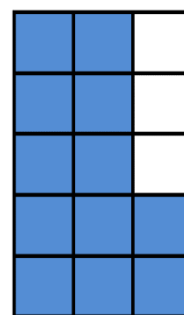
a)



b)



c)



Obrázek 10. Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 3 – řešení

5. Určete:

a) $\frac{1}{2}$ z 8

b) $\frac{1}{3}$ z 9

c) $\frac{3}{5}$ z 10

d) $\frac{4}{3}$ z 12

Řešení:

a) $\frac{8}{2} = 4$

b) $\frac{9}{3} = 3$

c) $\frac{3 \cdot 10}{5} = 6$

d) $\frac{4 \cdot 12}{3} = 16$

6. Určete:

a) $\frac{1}{4}$ z 24

b) $\frac{2}{3}$ z 15

c) $\frac{6}{5}$ z 20

d) $\frac{9}{4}$ z 16

Řešení:

a) $\frac{24}{4} = 6$

b) $\frac{2 \cdot 15}{3} = 10$

c) $\frac{6 \cdot 20}{5} = 24$

d) $\frac{9 \cdot 16}{4} = 36$

7. a) Určete $\frac{1}{3}$ z 9.

b) Určete číslo, jehož $\frac{1}{4}$ je 6.

c) Převed'te zlomek $\frac{17}{3}$ na smíšené číslo.

d) Převed'te smíšené číslo $4\frac{2}{5}$ na zlomek.

Řešení:

a) $\frac{9}{3} = 3$

b) $6 \cdot 4 = 24$

c) $\frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$

d) $4\frac{2}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = \frac{22}{5}$

8. Seřad'te zlomky $\frac{7}{2}; \frac{5}{3}; -\frac{8}{3}; \frac{12}{4}; \frac{1}{5}; -\frac{5}{6}; \frac{3}{4}$ podle velikosti.

Řešení:

$$-\frac{8}{3}; -\frac{5}{6}; \frac{1}{5}; \frac{3}{4}; \frac{5}{3}; \frac{12}{4}; \frac{7}{2}$$

9. Pomocí znamének $<$, $>$ porovnejte zlomky:

a) $\frac{5}{6}$ $\frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{4}$ $\frac{16}{8}$

c) $\frac{7}{15}$ $\frac{11}{15}$

d) $\frac{8}{13}$ $\frac{17}{13}$

Řešení:

a) $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{4} < \frac{16}{8}$

c) $\frac{7}{15} < \frac{11}{15}$

d) $\frac{8}{13} < \frac{17}{13}$

10. Převed'te na desetinná čísla:

a) $\frac{3}{10}$

b) $\frac{26}{1000}$

c) $\frac{134}{1000}$

d) $\frac{135}{10}$

e) $\frac{1245}{1000}$

Řešení:

- a) 0,3 b) 0,026 c) 0,134 d) 13,5 e) 1,245

11. Převeďte na desetinná čísla:

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{6}{5}$

Řešení:

- a) 0,5 b) 0,2 c) 0,75 d) 1,2

12. Dané zlomky převeďte na desetinná čísla s přesností na tisícin.

- a) $\frac{4}{7}$ b) $\frac{22}{75}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{5}{8}$ e) $\frac{7}{25}$

Řešení:

- a) 0,571 b) 0,293 c) 0,125 d) 0,625 e) 0,280

13. Zapište číslicemi desetinná čísla:

- a) čtyři celé dvě desetiny
b) nula celá dvacet šest setin
c) jedna celá šest tisícín

Řešení:

- a) 4,2 b) 0,26 c) 1,006

14. Zapište číslicemi desetinná čísla:

- a) sedm celých pět desetin
b) nula celá dvacet osm tisícín
c) dvanáct celých třicet osm setin

Řešení:

- a) 7,5 b) 0,028 c) 12,38

15. Zapište ve tvaru zlomku tato desetinná čísla:

a) 0,3

b) 0,25

c) 0,135

d) 0,000148

Řešení:

a) $\frac{3}{10}$

c) $\frac{135}{1000} = \frac{27}{200}$

b) $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

d) $\frac{148}{1000000} = \frac{37}{250000}$

16. Vypočtěte:

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} =$

b) $\frac{5}{4} - \frac{3}{4} =$

c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} =$

d) $\frac{4}{5} : \frac{3}{5} =$

Řešení:

a) $\frac{4}{2} = 2$

b) $\frac{2}{4} = 0,5$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

17. Vypočtěte:

a) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} =$

b) $\frac{5}{4} - \frac{1}{2} =$

c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5} =$

d) $\frac{3}{2} : \frac{9}{4} =$

Řešení:

a) $\frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$

b) $\frac{5-2}{4} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

d) $\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{3}$

18. Vypočtěte:

a) $0,4 + 0,35 =$

b) $0,67 - 0,3 =$

c) $0,5 + 2,13 =$

d) $1,45 - 0,6 =$

Řešení:

a) 0,75

b) 0,37

c) 2,63

d) 0,85

19. Vypočtěte:

a) $1,3 + 3,45 =$

b) $5,6 - 2,2 =$

c) $1,34 \cdot 10 =$

d) $256,3 : 100 =$

Řešení:

a) 4,75

b) 3,4

c) 13,4

d) 2,563

20. Číslo 12,536 zaokrouhlete na:

- a) jednotky
- b) desetiny
- c) setiny

Řešení:

- a) 13
- b) 12,5
- c) 12,54

21. Zaokrouhlete na tři platné číslice:

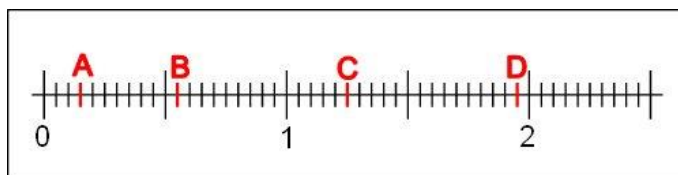
- a) 8 756 000
- b) 0,1234
- c) 3 542
- d) 0,008967

Řešení:

- a) 8 760 000
- b) 0,123
- c) 3 540
- d) 0,00897

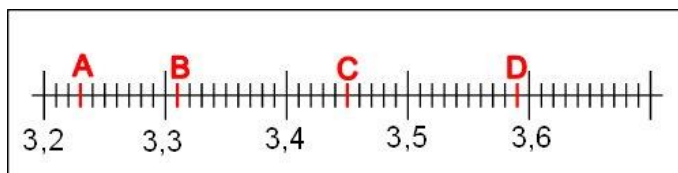
22. Zapište čísla, která leží na číselné ose v bodech A, B, C, D.

a)



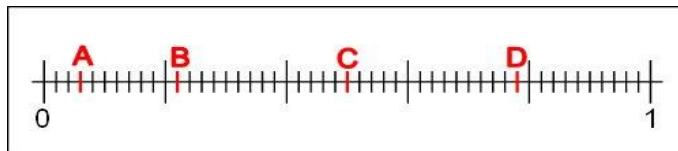
Obrázek 11. Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 22a – zadání

b)



Obrázek 12. Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 22b – zadání

c)



Obrázek 13. Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 22c – zadání

Řešení:

a) $A = 0,15$; $B = 0,55$; $C = 1,25$; $D = 1,95$

b) $A = 3,23$; $B = 3,31$; $C = 3,45$; $D = 3,59$

c) $A = 0,06$; $B = 0,22$; $C = 0,5$; $D = 0,78$

23. Vypočítejte:

a) $20 : 100 =$ $340 : 100 =$ $3\ 210 : 100 =$ $4 : 100 =$

b) $221 : 10 =$ $52 : 10 =$ $36 : 10 =$ $7 : 10 =$

c) $3 : 1\ 000 =$ $400 : 1\ 000 =$ $12\ 300 : 1\ 000 =$ $60 : 1\ 000 =$

Řešení:

a) $20 : 100 = 0,2$ $340 : 100 = 0,34$ $3\ 210 : 100 = 32,1$ $4 : 100 = 0,04$

b) $221 : 10 = 22,1$ $52 : 10 = 5,2$ $36 : 10 = 3,6$ $7 : 10 = 0,7$

c) $3 : 1\ 000 = 0,003$ $400 : 1\ 000 = 0,4$ $12\ 300 : 1\ 000 = 12,3$ $60 : 1\ 000 = 0,06$

24. Vypočítejte:

a) $25 : 100 =$ $34 : 10 =$ $3 : 10\ 000 =$ $4\ 321 : 10\ 000 =$

b) $2 \cdot 1\ 000 =$ $50\ 625 \cdot 100 =$ $0,0036 \cdot 10\ 000 =$ $7\ 625 \cdot 10 =$

c) $612\ 322 : 100 =$ $4\ 651 \cdot 10 : 100 =$ $0,00012 \cdot 1\ 000 =$ $0,3 : 100\ 000 =$

d) $3\ 660 : 60 =$ $0,05 \cdot 60 =$ $720 : 3\ 600 =$ $0,213 \cdot 3\ 600 =$

e) $36 : 60 + 7 =$ $0,5 \cdot 60 + 25 =$ $4 + 30 : 60 =$ $(75 + 32) : 100 - 1 =$

Řešení:

a) $25 : 100 = 0,25$ $3 : 10\ 000 = 0,0003$
 $34 : 10 = 3,4$ $4\ 321 : 10\ 000 = 0,4321$

b) $2 \cdot 1\ 000 = 2\ 000$ $0,0036 \cdot 10\ 000 = 36$
 $50\ 625 \cdot 100 = 5\ 062\ 500$ $7\ 625 \cdot 10 = 76\ 250$

c) $612\ 322 : 100 = 6\ 123,22$ $0,00012 \cdot 1\ 000 = 0,12$
 $4\ 651 \cdot 10 : 100 = 465,1$ $0,3 : 100\ 000 = 0,000003$

d) $3\ 660 : 60 = 61$ $720 : 3\ 600 = 0,2$
 $0,05 \cdot 60 = 3$ $0,213 \cdot 3\ 600 = 766,8$

e) $36 : 60 + 7 = 7,6$ $4 + 30 : 60 = 4,5$

$$0,5 \cdot 60 + 25 = 55$$

$$(75 + 32) : 100 - 1 = 0,07$$

25. Určete pomocí kalkulačtoru.

- a) 3^2 b) $4,6^2$ c) $\sqrt{9}$ d) $\sqrt{6,25}$

Řešení:

- a) $3^2 = 9$ b) $4,6^2 = 21,16$ c) $\sqrt{9} = 3$ d) $\sqrt{6,25} = 2,5$

26. Určete pomocí kalkulačtoru.

- a) $32,54^2$ b) $0,327^2$ c) $\sqrt{223,57}$ d) $\sqrt{0,250}$

Řešení:

- a) 1 058,8516 b) 0,106929 c) 14,952257 d) 0,5

27. Převeďte na metry.

- a) 2 km b) 34 dm c) 123 cm d) 7 865 mm

Řešení:

- a) 2 000 m b) 3,4 m c) 1,23 m d) 7,865 m

28. Převeďte na desetinná čísla.

- a) 2 m 37 cm = m 6 dm 7 cm 5 mm = m 10 q 34 kg = t
b) 3m 123 mm = m 2 dm 6 cm 3 mm = dm 36 q 120 kg = q
c) 7m 57 mm = m 24 cm 15 mm = dm 7 t 340 kg = q

Řešení:

- a) 2 m 37 cm = 2,37 m 6 dm 7 cm 5 mm = 0,675 m 10 q 34 kg = 1,034 t
b) 3m 123 mm = 3,123 m 2 dm 6 cm 3 mm = 2,63 dm 36 q 120 kg = 37,2 q
c) 7m 57 mm = 7,057 m 24 cm 15 mm = 2,55 dm 7 t 340 kg = 73,4 q

29. Převeďte na decimetry.

- a) 13 m b) 123 cm c) 7 865 mm

Řešení:

- a) 130 dm b) 12,3 dm c) 78,65 dm

30. Převeďte na centimetry.

- a) 13 m b) 123 dm c) 785 mm

Řešení:

- a) 1 300 cm b) 1 230 cm c) 78,5 cm

31. Převeďte na cm^2 .

- a) 7 m^2 b) 12 dm^2 c) $1\,234 \text{ mm}^2$

Řešení:

- a) $70\,000 \text{ cm}^2$ b) $1\,200 \text{ cm}^2$ c) $12,34 \text{ cm}^2$

32. Převeďte na dm^2 .

- a) $6,2 \text{ m}^2$ b) 128 cm^2 c) $12\,434 \text{ mm}^2$

Řešení:

- a) 620 dm^2 b) $1,28 \text{ dm}^2$ c) $1,2434 \text{ dm}^2$

33. Převeďte na cm^2 .

- a) $0,52 \text{ m}^2$ b) 128 dm^2 c) $35\,434 \text{ mm}^2$

Řešení:

- a) $5\,200 \text{ cm}^2$ b) $12\,800 \text{ cm}^2$ c) $354,34 \text{ cm}^2$

34. Převeďte na dm^3 .

- a) 3 m^3 b) 159 cm^3 c) 8 l

Řešení:

- a) $3\,000 \text{ dm}^3$ b) $0,159 \text{ dm}^3$ c) 8 dm^3

35. Převeďte na cm^3 .

- a) 3 m^3 b) $23\,500 \text{ mm}^3$ c) 8 l

Řešení:

- a) $3\,000\,000 \text{ cm}^3$ b) $23,5 \text{ cm}^3$ c) $8\,000 \text{ cm}^3$

36. Převed'te na litry.

a) 23 m^3

b) 159 dm^3

c) $23\,500 \text{ cm}^3$

Řešení:

a) $2\,300 \text{ l}$

b) 159 l

c) $23,5 \text{ l}$

37. Převed'te na minuty.

a) $1 \text{ h } 34 \text{ min}$

b) $2 \text{ h } 20 \text{ min}$

c) 240 s

Řešení:

a) 94 min

b) 140 min

c) 4 min

38. Převed'te na hodiny.

a) 568 min

b) 666 min

c) $25\,000 \text{ s}$

Řešení:

a) $9 \text{ h } 28 \text{ min}$

b) $11 \text{ h } 6 \text{ min}$

c) $6 \text{ h } 56 \text{ min } 40 \text{ s}$

39. Převed'te na sekundy.

a) $1 \text{ h } 5 \text{ min}$

b) $0,5 \text{ h}$

c) 32 min

Řešení:

a) $3\,900 \text{ s}$

b) $1\,800 \text{ s}$

c) $1\,920 \text{ s}$

40. Vypočítejte:

a) $\frac{1}{5} \text{ m} = \dots \text{ cm}$

$\frac{3}{4} \text{ m} = \dots \text{ cm}$

$\frac{4}{5} \text{ dm} = \dots \text{ cm}$

$\frac{3}{10} \text{ cm} = \dots \text{ mm}$

b) $\frac{2}{5} \text{ kg} = \dots \text{ g}$

$\frac{1}{4} \text{ kg} = \dots \text{ g}$

$\frac{4}{5} \text{ q} = \dots \text{ kg}$

$\frac{3}{4} \text{ t} = \dots \text{ kg}$

c) $\frac{1}{4} \text{ h} = \dots \text{ min}$

$\frac{2}{3} \text{ h} = \dots \text{ min}$

$\frac{3}{4} \text{ min} = \dots \text{ s}$

$\frac{2}{5} \text{ min} = \dots \text{ s}$

Řešení:

a) $\frac{1}{5} \text{ m} = 20 \text{ cm}$

$\frac{3}{4} \text{ m} = 75 \text{ cm}$

$\frac{4}{5} \text{ dm} = 8 \text{ cm}$

$\frac{3}{10} \text{ cm} = 3 \text{ mm}$

b) $\frac{2}{5} \text{ kg} = 400 \text{ g}$

$\frac{1}{4} \text{ kg} = 250 \text{ g}$

$\frac{4}{5} \text{ q} = 80 \text{ kg}$

$\frac{3}{4} \text{ t} = 750 \text{ kg}$

$$c) \quad \frac{1}{4} \text{ h} = 15 \text{ min} \quad \frac{2}{3} \text{ h} = 40 \text{ min} \quad \frac{3}{4} \text{ min} = 45 \text{ s} \quad \frac{2}{5} \text{ min} = 24 \text{ s}$$

41. Vypočítejte:

$$14 \text{ milimetrů} + 16 \text{ decimetrů} + 17 \text{ metrů} = \dots \text{ m}$$

Řešení:

$$18,614 \text{ m}$$

42. Vyjádřete zlomkem:

- a) 30 cm z jednoho metru
- b) 2 dm z jednoho metru
- c) 400 m z jednoho km
- d) 5 mm z jednoho dm

Řešení:

$$a) \quad \frac{3}{10} \quad b) \quad \frac{1}{5} \quad c) \quad \frac{2}{5} \quad d) \quad \frac{1}{20}$$

43. Vyjádřete zlomkem:

- a) 15 hodin z jednoho dne
- b) 20 s z 1 minuty
- c) 8 hodin z jednoho dne
- d) 40 minut z jedné hodiny

Řešení:

$$a) \quad \frac{5}{8} \quad b) \quad \frac{1}{3} \quad c) \quad \frac{1}{3} \quad d) \quad \frac{2}{3}$$

44. Zapište zlomkem, jakou část týdne tvoří 1 260 minut.

Řešení:

$$\text{týden má } 168 \text{ h} = 10\,080 \text{ min}$$

$$1\,260 \text{ min je } \frac{1\,260}{10\,080} \text{ týdne} = \frac{1}{8} \text{ týdne}$$

45. Vyjádřete zlomkem:

- a) 60 kg z jednoho q
- b) 800 g z jednoho kg
- c) 3 q z jedné tuny
- d) 80 g z jednoho kg

Řešení:

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{5}$ c) $\frac{3}{10}$ d) $\frac{8}{100} = \frac{2}{25}$

46. Vyjádřete zlomkem:

- a) 10 l z jednoho hl
- b) 500 l z jednoho m³
- c) 80 ml z jednoho l
- d) 25 cl z jednoho l

Řešení:

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{8}{100} = \frac{2}{25}$ d) $\frac{1}{4}$

2.2.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem

1. V polici je 36 láhví. Šestina z nich je malinová limonáda, třetina je kofola a polovina je meruňkový džus. Vypočítejte, kolik je kterých nápojů.

Řešení:

$$\frac{36}{6} = 6 \qquad \qquad \qquad \frac{36}{3} = 12 \qquad \qquad \qquad \frac{36}{2} = 18$$

V polici je 6 láhví malinové limonády, 12 láhví kofoly a 18 láhví meruňkového džusu.

2. Ve školní knihovně je právě půjčeno 50 detektivních románů, což je $\frac{1}{7}$ ze všech detektivních románů. Kolik detektivních románů mají v knihovně?

Řešení:

$$50 \cdot 7 = 350$$

V knihovně mají 350 detektivních románů.

3. Sedm chlapců si rozdělilo 60 Kč stejným dílem. Kolik Kč dostal každý chlapec? Kolik Kč zůstalo nerozděleno?

Řešení:

$$\frac{60}{7} = 8 + \frac{4}{7}$$

Každý chlapec dostal 8 Kč. Zůstaly 4 Kč.

4. Rozdělte mezi 5 dětí 15 jablek, 12 pomerančů, 17 mandarinek a 13 kiwi tak, aby každé dítě dostalo stejný počet kusů (nezáleží na druhu ovoce). Zbyde něco?

Řešení:

$$15 + 12 + 17 + 13 = 57 \qquad \frac{57}{5} = 11 + \frac{2}{5}$$

Každé dítě dostane 11 kusů ovoce. Zbydou 2 kusy.

5. Švadlena má 32 knoflíků. Na jednu košili potřebuje 5 knoflíků. Na kolik košil jí vystačí knoflíky? Zůstanou jí nějaké?

Řešení:

$$\frac{32}{5} = 6 + \frac{2}{5}$$

Knoflíky švadleně vystačí na 6 košil. Dva knoflíky jí zůstanou.

6. Zahrada, která má tvar obdélníku, má délku $\frac{7}{100}$ km a šířku, která je rovna $\frac{3}{4}$ délky. Určete, kolik metrů pletiva je potřeba na oplocení zahrady.

Řešení:

$$\frac{7}{100} \text{ km} = 70 \text{ m} \qquad \frac{70 \text{ m}}{4} \cdot 3 = \frac{210 \text{ m}}{4} = 52,5 \text{ m} \qquad 2 \cdot (70 \text{ m} + 52,5 \text{ m}) = 245 \text{ m}$$

Na oplocení zahrady je potřeba 245 m pletiva.

7. Švadlena má uštíhnout látku dlouhou 7,25 m na 5 stejných dílů. Kolik metrů bude měřit jeden díl látky?

Řešení:

$$7,25 \text{ m} : 5 = 1,45 \text{ m}$$

Jeden díl látky bude měřit 1,45 m.

8. Kuchař rozdělil pizzu na 12 stejných kousků. Jeden kousek snědl Adam, dva kousky Karel a Martin snědl 5 kousků. Jaká část pizzy zůstala?

Řešení:

$$12 - 1 - 2 - 5 = 4 \qquad \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Zbyly 4 kusy, což je $\frac{1}{3}$ pizzy.

9. Za pět dní se ve školní jídelně spotřebuje 80 kg zeleniny. Kolik zeleniny se spotřebuje za 2 dny?

Řešení:

$$\frac{80 \text{ kg}}{5} = 16 \text{ kg} \qquad 16 \text{ kg} \cdot 2 = 32 \text{ kg}$$

Za dva dny se spotřebuje 32 kg zeleniny.

10. Plechovka plná barvy má hmotnost 6 kg. Po odlití $\frac{1}{2}$ barvy váží jen $3\frac{1}{2}$ kg. Určete hmotnost prázdné plechovky.

Řešení:

$$6 \text{ kg} - 3\frac{1}{2} \text{ kg} = 2\frac{1}{2} \text{ kg} \qquad 3\frac{1}{2} \text{ kg} - 2\frac{1}{2} \text{ kg} = 1 \text{ kg}$$

Hmotnost prázdné plechovky je 1 kg.

11. Tabule, která má šířku 120 cm, byla rozdělena na tři části. Polovina tabule byla natřena bíle, třetina zeleně a zbývající část černě. Vypočítejte šířky jednotlivých částí tabule.

Řešení:

Bílá část: $\frac{1}{2} \cdot 120 \text{ cm} = 60 \text{ cm}$

Zelená část: $\frac{1}{3} \cdot 120 \text{ cm} = 40 \text{ cm}$

Černá část: $120 \text{ cm} - 60 \text{ cm} - 40 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$

12. V nádrži je 62,5 l vody. Máme ji vypustit do 5 stejných nádob. Kolik litrů vody bude v každé nádobě?

Řešení:

$$62,5 \text{ l} : 5 = 12,5 \text{ l}$$

V každé nádobě bude 12,5 l vody.

13. Tři hosté si v restauraci objednali pizzu. První chtěl $\frac{1}{4}$, druhý $\frac{1}{8}$ a třetí $\frac{1}{2}$. Jak velkou část pizzy si objednali?

Řešení:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} = \frac{2+1+4}{8} = \frac{7}{8}$$

Hosté si objednali $\frac{7}{8}$ pizzy.

14. Tyč je zabetonována do $\frac{2}{7}$ své délky. Nad zemí vyčnívá 65 cm. Jak dlouhá je tyč?

Řešení:

$$65 \text{ cm} : 5 = 13 \text{ cm} \qquad 13 \text{ cm} \cdot 7 = 91 \text{ cm}$$

Tyč je dlouhá 91 cm.

15. Určete délku plotu kolem zahrady, jestliže $\frac{1}{4}$ plotu vede kolem silnice, $\frac{1}{2}$ kolem řeky a 26 m plotu vede kolem pole.

Řešení:

$$1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} = 26 \text{ m} \qquad 26 \text{ m} \cdot 4 = 104 \text{ m}$$

Plot je dlouhý 104 m.

16. Jedna stopa je 0,305 m. Jak vysoký je muž o výšce 8 stop?

Řešení:

$$8 \cdot 0,305 \text{ m} = 2,44 \text{ m}$$

Muž měří 2,44 m.

17. Za odpracování 20 h má Petr slíbeno 2 000 Kč. Kolik dostane, jestliže odpracoval jen 7,5 h?

Řešení:

$$\frac{2\,000 \text{ Kč}}{20} \cdot 7,5 = 100 \text{ Kč} \cdot 7,5 = 750 \text{ Kč}$$

Petr dostane 750 Kč.

18. Pavel chce při oslavě narozenin pohostit pizzou 23 kamarádů. Kolik pizz bude potřebovat, jestliže každý musí dostat minimálně čtvrtinu pizzy.

Řešení:

$$23 \cdot \frac{1}{4} = \frac{23}{4} = 5 + \frac{3}{4}$$

Pavel bude potřebovat 6 pizz.

19. Z mosazného odlitku o váze 4,6 kg byl vysoustružen píst o váze 4,268 kg. Kolik kg mosazi tvořil odpad?

Řešení:

$$4,6 \text{ kg} - 4,268 \text{ kg} = 0,332 \text{ kg}$$

Odpad váží 0,332 kg.

20. Pavla vyrobila 10 výrobků, což jsou dvě třetiny toho, co musí udělat. Chce ale udělat o 5 více. Kolik výrobků chce udělat?

Řešení:

$$(10 : 2) \cdot 3 = 15; 15 + 5 = 20$$

Pavla chce místo 15 výrobků udělat 20.

21. Kuchařka upekla koláče. Radek si vzal $\frac{2}{9}$ ze všech koláčů a Michal $\frac{3}{9}$. Kolik koláčů snědl Radek, jestliže Michal jich měl 9?

Řešení:

$$9 \cdot \frac{3}{9} = 3 \Rightarrow 3 \cdot 2 = 6$$

Radek snědl 6 koláčů.

22. V pekařství mají koláče, z nichž $\frac{1}{3}$ je tvarohových, $\frac{1}{3}$ je makových a 18 je povidlových.

Kolik koláčů mají?

Řešení:

$$\frac{1}{3} = 18 \Rightarrow 3 \cdot 18 = 54$$

V pekařství mají 54 koláčů.

23. Jenda prospí $\frac{1}{3}$ dne. Kolik hodin spí?

Řešení:

$$\frac{24}{3} = 8$$

Jenda spí 8 hodin.

24. Na dovolenou do Chorvatska odcestovalo 180 turistů. $\frac{1}{2}$ jela automobily, $\frac{1}{3}$ jela autobusy a zbytek letěl letadlem. Kolik turistů letělo letadlem?

Řešení:

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{180}{6} = 30$$

Letadlem letělo 30 turistů.

25. Piloti F1 krouží na okruhu, který měří 6 km. Během závodu, který má 45 kol, musí po ujetí $\frac{1}{3}$ vyměnit v depu kola.

a) Kolik okruhů do té doby ujeli?

b) Kolik km musí ještě ujet?

Řešení:

$$\frac{45}{3} = 15$$

$$45 - 15 = 30$$

$$30 \cdot 6 \text{ km} = 180 \text{ km}$$

Ujeli 30 okruhů. Musí ještě ujet 180 km.

26. Vlak jede rychlostí 102 km za hodinu. Kolik km ujede za 10 minut?

Řešení:

$$\frac{102 \text{ km}}{60 \text{ min}} \cdot 10 \text{ min} = 17 \text{ km}$$

Za deset minut vlak ujede 17 km.

27. V prodejně cukrovinek stanovili nové ceny zákusků. Pařížský dort stojí 18,76 Kč, kremrole 15,26 Kč a věneček 12,69 Kč. Zaokrouhlete ceny na celé koruny a sečtěte je.

Řešení:

$$19 \text{ Kč} + 15 \text{ Kč} + 13 \text{ Kč} = 47 \text{ Kč}$$

Pařížský dort stojí 19 Kč, kremrole 15 Kč a věneček 13 Kč, dohromady zákusky stojí 47 Kč.

28. Venkovní teploměr ráno ukazoval 0,45 °C. Přes den teplota stoupla o 6,58 °C. Jakou teplotu teploměr ukazoval?

Řešení:

$$0,45 \text{ °C} + 6,58 \text{ °C} = 7,03 \text{ °C}$$

Teploměr ukazoval teplotu 7,03 °C.

29. V prodejně mají 420 přístrojů. Během týdne prodali 0,6 z tohoto množství. Kolik přístrojů zůstalo v prodejně?

Řešení:

$$420 \cdot 0,6 = 252 \Rightarrow 420 - 252 = 168$$

V prodejně zůstalo 168 přístrojů.

30. Na poli o výměře 3 ha se pěstují na části o výměře $\frac{1}{2}$ ha okurky, na druhé části o výměře $\frac{3}{4}$ ha zelí, na části o výměře $\frac{5}{4}$ ha cibule a na čtvrté části květák. Určete výměru pozemku, na kterém se pěstuje květák.

Řešení:

$$3 \text{ ha} - \frac{1}{2} \text{ ha} - \frac{3}{4} \text{ ha} - \frac{5}{4} \text{ ha} = \frac{12 - 2 - 3 - 5}{4} \text{ ha} = \frac{2}{4} \text{ ha} = \frac{1}{2} \text{ ha}$$

Květák se pěstuje na $\frac{1}{2}$ ha.

31. Kuchař připravuje na piknik v přírodě klobásy na grilování. Potřebuje nařezat z točeného salámu dlouhého 150 cm porce dlouhé 12 cm. Má pět stejně dlouhých točených salámů.

- Kolik porcí nakrájí z jednoho točeného salámu?
- Kolik porcí připraví celkem?
- Kolik mu zbyde cm salámu z každého kusu?

Řešení:

a) $150 \text{ cm} : 12 \text{ cm} = 12,5$

Z jednoho salámu nakrájí kuchař 12 porcí.

b) $12 \cdot 5 = 60$

Celkem připraví 60 porcí.

c) $12 \cdot 12 \text{ cm} = 144 \text{ cm}; 150 \text{ cm} - 144 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$

Z každého salámu mu zůstane 6 cm.

32. Kuchařky ve školní jídelně uvařily 400 obědů. Jako přílohu dávaly brambory. Na každého strávnicka počítaly s 0,3 kg brambor. Kolik kg brambor musely připravit?

Řešení:

$$400 \cdot 0,3 \text{ kg} = 120 \text{ kg}$$

Kuchařky musely připravit 120 kg brambor.

33. Okruh určený pro závody motokár měří 800 metrů. Petr ho při tréninku ujel devatenáctapůlkrát. Kolik ujel km?

Řešení:

$$800 \text{ m} \cdot 19,5 = 15\,600 \text{ m} = 15,6 \text{ km}$$

Petr ujel 15,6 km.

34. Čerpadlo vyčerpá 120 hl vody za $\frac{1}{2}$ minuty. Kolik hl vody vyčerpá za půl hodiny?

Řešení:

$$0,5 \text{ h} = 30 \text{ min} \Rightarrow 120 \text{ hl} \cdot 60 = 7\,200 \text{ hl}$$

Čerpadlo za půlhodiny vyčerpá 7 200 hl vody.

35. Na rallye Dakar potřebují mít řidič a navigátor zásobu nejméně 15,5 litru tekutin na jednoho, kdyby museli během jízdy čekat v poušti na vyproštění. Mají k dispozici pouze láhve o objemu 1,75 litru. Kolik láhví si musí s sebou vzít, aby měli dostatečnou zásobu?

Řešení:

$$15,5 \text{ l} \cdot 2 = 31 \text{ l}$$

$$31 \text{ l} : 1,75 \text{ l} = 17,71$$

Musí si vzít 18 láhví.

36. Řidič taxi najezdí během jednoho dne asi 1 855 km. Kolik Kč utratí za benzín, když průměrná spotřeba benzínu ve městě je 8,5 l na 100 km a jeden litr benzínu stojí 32,55 Kč?

Řešení:

$$1\ 855 : 100 = 18,55 \qquad 18,55 \cdot 8,5 = 157,675 \qquad 157,675 \cdot 32,55 = 5\ 132,32$$

Řidič utratí za benzín 5 132 Kč.

37. Karel si půjčil v lednu na nový mobil. V únoru zaplatil $\frac{1}{5}$ ceny, v březnu $\frac{3}{5}$ ceny a v dubnu doplatil 250 Kč. Kolik Kč stál mobil?

Řešení:

$$\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4}{5} \qquad 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{1}{5} = 250 \qquad 250 \cdot 5 = 1\ 250$$

Mobil stál 1 250 Kč.

38. Chlapci odváželi na kolečku odpad do sběrného dvora. Na prvním kolečku bylo 16,456 kg materiálu, na druhém kolečku bylo 22,538 kg materiálu a na třetím kolečku bylo 27,561 kg materiálu. Odhadněte, kolik materiálu celkem odvezli (výsledek zaokrouhlete na setiny).

Řešení:

$$16,456 + 22,538 + 27,561 = 66,555$$

Chlapci odvezli přibližně 66,56 kg materiálu.

39. Jana vypila pět dvanáctin litru džusu, Karel tři desetiny litru ledového čaje, Petr jednu třetinu litru limonády a Pavla dvě pětiny litru vody. Zapište ve zlomcích jejich pitný režim.

Řešení:

$$\text{Jana: } \frac{5}{12} \text{ l} \qquad \text{Karel: } \frac{3}{10} \text{ l} \qquad \text{Petr: } \frac{1}{3} \text{ l} \qquad \text{Pavla: } \frac{2}{5} \text{ l}$$

40. Tři dělníci si porovnávají výsledky své práce. První dělník splnil $\frac{8}{28}$ práce, druhý dělník $\frac{3}{8}$ práce a třetí dělník $\frac{10}{16}$ práce. Kdo z nich vykonal největší kus práce a kdo toho udělal nejméně?

Řešení:

$$\frac{8}{28} = \frac{2}{7} = \frac{16}{56} \qquad \frac{3}{8} = \frac{21}{56} \qquad \frac{10}{16} = \frac{5}{8} = \frac{35}{56} \qquad \frac{8}{28} < \frac{3}{8} < \frac{10}{16}$$

Největší kus práce udělal třetí dělník a nejmenší kus práce udělal první dělník.

41. Kuchař koupil v řeznictví $1\frac{1}{5}$ kg vepřového masa, $1\frac{1}{3}$ kg hovězího masa, $1\frac{2}{3}$ kg kuřecího masa a 0,35 kg šunkového salámu. Jakou hmotnost má jeho nákup?

Řešení:

$$1\frac{1}{5} + 1\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} + \frac{35}{100} = \frac{6}{5} + \frac{4}{3} + \frac{5}{3} + \frac{7}{20} = \frac{72 + 80 + 100 + 21}{60} = \frac{273}{60} = 4,55$$

Kuchařův nákup váží 4,55 kg.

42. Turista si koupil na výlet minerálku o objemu 0,75 l. Do první vesnice vypil $\frac{2}{5}$ l. Kolik litrů minerálky mu zůstalo? Musí si koupit ještě další pití, jestliže ví, že na zbytek túry bude potřebovat nejméně půl litru pití?

Řešení:

$$0,75 - \frac{2}{5} = \frac{3}{4} - \frac{2}{5} = \frac{15 - 8}{20} = \frac{7}{20}$$

Turistovi zůstalo $\frac{2}{5}$ l. Musí si proto koupit další pití.

43. Alena rozdělí dort na dvanáctiny a řezy na dvacetiny. Kolik dortů a řezů musí upéct, má-li na oslavu přijít celá její třída o 24 žácích i s učitelem, jestliže počítá pro každého se dvěma kousky.

Řešení:

$$12 + 20 = 32 \qquad 24 + 1 = 25 \Rightarrow 25 \cdot 2 = 50 \qquad 50 - 32 = 18$$

Alena upeče 1 dort a dvoje řezy.

44. Čtvrt kilogramu másla, 1 kg mouky, třetina litru vody, 10 g soli, 60 g droždí a 200 g cukru je potřeba na upečení pečiva. Kolik kg váží suroviny na pečivo?

Řešení:

$$\frac{1}{4} \text{ kg} = 250 \text{ g} \qquad 1 \text{ kg} = 1\,000 \text{ g} \qquad 1 \text{ l vody} = 1 \text{ kg} \Rightarrow \frac{1}{3} \text{ kg} = 333 \text{ g}$$

$$250 \text{ g} + 1\,000 \text{ g} + 333 \text{ g} + 10 \text{ g} + 60 \text{ g} + 200 \text{ g} = 1\,853 \text{ g} = 1,853 \text{ kg}$$

Protože hmotnost vody je přibližně 333 g, váží suroviny na pečení 1,85 kg.

45. Asi tři dvacetiny z hrubé mzdy zaplatíte na dani státu. Kolik bude vaše čistá mzda, jestliže berete 14 500 Kč?

Řešení:

$$\frac{1}{20} \cdot 14\,500 \text{ Kč} = 725 \text{ Kč} \Rightarrow 14\,500 \text{ Kč} - 3 \cdot 725 \text{ Kč} = 12\,325 \text{ Kč}$$

Čistá mzda bude 12 325 Kč.

46. Polovinu výplaty dáte na domácnost. Čtvrtinu zbytku použijete na nutné výdaje. Kolik vám zbyde, jestliže vaše výplata byla 14 400 Kč?

Řešení:

$$\frac{1}{2} \cdot 14\,400 \text{ Kč} = 7\,200 \text{ Kč} \qquad \frac{1}{4} \cdot 7\,200 \text{ Kč} = 1\,800 \text{ Kč}$$

$$14\,400 \text{ Kč} - 7\,200 \text{ Kč} - 1\,800 \text{ Kč} = 5\,400 \text{ Kč}$$

Zbyde 5 400 Kč.

47. Jana má rozdělit 6 000 Kč za pondělní práci mezi 9 lidí a 2 000 Kč za úterní práci mezi 6 lidí. Kolik dostane ten, kdo odpracoval oba dva dny?

Řešení:

$$\frac{6\,000}{9} = 666 + \frac{6}{9} = 666 + \frac{2}{3} \qquad \frac{2\,000}{6} = 333 + \frac{1}{3}$$

$$666 + \frac{2}{3} + 333 + \frac{1}{3} = 999 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 999 + 1 = 1000$$

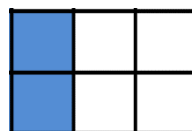
Ten, kdo pracoval oba dny, dostal 1 000 Kč.

48. Tabulka čokolády má 6 dílků. Pavel snědl dva dílky. Zapište zlomkem a vyznačte na obrázku, jaká část čokolády mu zbyla.

Řešení:

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Pavlovi zbyly $\frac{2}{3}$ čokolády.



Obrázek 14. Racionální a reálná –
příklad 48 – řešení

49. Cesta k zastávce autobusu trvá 15 minut. Zapište zlomkem část hodiny, kterou trvá cesta.

Řešení:

15 minut je $\frac{1}{4}$ hodiny. \Rightarrow Cesta trvá $\frac{1}{4}$ hodiny.

50. Do sudu se vejde 120 l vody. Kolik litrů vody se vejde do nádoby, do které můžeme nalít pouze $\frac{1}{4}$ objemu sudu? Kolik kbelíků o objemu 5 litrů budete potřebovat k přelití vody z menší nádoby do sudu?

Řešení:

$$\frac{1}{4} \cdot 120 \text{ l} = 30 \text{ l} \qquad \frac{30 \text{ l}}{5 \text{ l}} = 6$$

Do menší nádoby se vejde 30 l vody. K přelití vody bude potřeba 6 kbelíků.

51. Chlapci měřili dva úseky na cestě, která vede kolem školy. První úsek měří 25,4 m. Druhý úsek je o 7,5 m kratší. Jak dlouhá je cesta?

Řešení:

$$25,4 \text{ m} + (25,4 \text{ m} - 7,5 \text{ m}) = 25,4 \text{ m} + 17,9 \text{ m} = 43,3 \text{ m}$$

Cesta měří 43,3 m.

52. Paní Nováková vyhrála v loterii 180 000 Kč. Za $\frac{1}{5}$ si zařídila kuchyň, $\frac{1}{9}$ darovala na charitu.

a) Kolik Kč stálo vybavení kuchyně?

b) Kolik Kč darovala na charitu?

c) Kolik Kč jí zbylo?

Řešení:

a) $\frac{1}{5} \cdot 180\,000 \text{ Kč} = 36\,000 \text{ Kč}$

Vybavení kuchyně stálo 36 000 Kč.

b) $\frac{1}{9} \cdot 180\,000 \text{ Kč} = 20\,000 \text{ Kč}$

Na charitu dala paní Nováková 20 000 Kč.

c) $180\,000 \text{ Kč} - 36\,000 \text{ Kč} - 20\,000 \text{ Kč} = 124\,000 \text{ Kč}$

Zůstalo jí 124 000 Kč.

53. Kabát, který stál 600 Kč, byl zlevněn o $\frac{1}{4}$. Kolik stál po slevě?

Řešení:

$$\frac{1}{4} \cdot 600 \text{ Kč} = 150 \text{ Kč} \Rightarrow 600 \text{ Kč} - 150 \text{ Kč} = 450 \text{ Kč}$$

Kabát stál po slevě 450 Kč.

54. Petr dostal na nákup 320 Kč. Za $\frac{1}{8}$ si mohl něco koupit. Mohl ze zbytku zaplatit nákup za 300 Kč?

Řešení:

$$\frac{1}{8} \cdot 320 \text{ Kč} = 40 \text{ Kč} \Rightarrow 320 \text{ Kč} - 40 \text{ Kč} = 280 \text{ Kč}$$

Protože jedna osmina je 40 Kč, nemůže zaplatit za nákup 300 Kč, chybí mu 20 Kč.

55. Karel se rozhodl, že si objedná v e-shopu součástky na stavbu své autodráhy. Chce využít slevu, kterou e-shop dává do 12:00 hodin. Začal objednávat v 11:30. Potvrzení jedné součástky mu trvá 10 sekund. Stihne do 12:00 hodin objednat všechny součástky, když za 3 minuty objednal $\frac{1}{10}$ součástek, které potřebuje?

Řešení:

$$\frac{1}{10} \text{ součástek za 3 min} \Rightarrow \frac{10}{10} \text{ součástek za } 10 \cdot 3 \text{ min} \Rightarrow 30 \text{ min}$$

Petr by to měl stihnout. Za 30 minut stihne objednat všechny součástky.

56. Z kruhového sýra byla prodána jedna čtvrtina. Kolik váží zbytek sýra, jestliže prodaná část vážila 600 g?

Řešení:

$$3 \cdot 600 \text{ g} = 1\,800 \text{ g} = 1,8 \text{ kg}$$

Zbytek sýra váží 1,8 kg.

57. Automobil vyjel v 11:40 z místa A rychlostí 54 km/h, do místa B přijel ve 12:20. Určete vzdálenost míst A a B.

Řešení:

Doba pohybu automobilu: 40 min

Za jednu minutu ujede automobil: $\frac{1}{60} \cdot 54 = 0,9$

Za 40 minut automobil ujede: $\frac{54}{60} \cdot 40 = 36$

Místa A a B jsou vzdálena 36 km.

58. Turisté se vydali na výlet. Vyšli v 9:30 a vrátili se v 16:15. O půl druhé začalo pršet a přšelo až do konce výletu. Jak dlouho šli turisté a jak dlouho šli v dešti?

Řešení:

$16:15 - 9:30 = 6:45$ $16:15 - 13:30 = 2:45$

Turisté šli 6 hod 45 min, z toho 2 hod 45 min šli v dešti.

59. Epoxidový dvousložkový email má obsahovat $\frac{3}{5}$ emailu a $\frac{2}{5}$ tužidla. Vypočítejte hmotnost obou složek potřebných k přípravě 14 kg směsi.

Řešení:

$14 \text{ kg} : 5 = 2,8 \text{ kg}$ $2,8 \text{ kg} \cdot 3 = 8,4 \text{ kg}$ $2,8 \text{ kg} \cdot 2 = 5,6 \text{ kg}$

K přípravě dvousložkového emailu je potřeba 8,4 kg emailu a 5,6 kg tužidla.

2.3 Procenta

Žák:

- rozumí pojmu procento;
- počítá s procenty;
- řeší úlohy z běžného života a oboru vzdělávání s využitím procentového počtu a trojčlenky.

2.3.1 Průpravné úlohy

1. Vypočítejte 1 %:

- a) ze 100 b) z 300 c) z 550 d) z 1 000

Řešení:

a) $\frac{100}{100} = 1$ b) $\frac{300}{100} = 3$ c) $\frac{550}{100} = 5,5$ d) $\frac{1\,000}{100} = 10$

2. Vypočítejte 25 %:

- a) ze 100 b) z 300 c) z 550 d) z 1 000

Řešení:

a) 1 % je $\frac{100}{100} = 1 \Rightarrow 25 \% \text{ je } 1 \cdot 25 = 25$
b) 1 % je $\frac{300}{100} = 3 \Rightarrow 25 \% \text{ je } 3 \cdot 25 = 75$
c) 1 % je $\frac{550}{100} = 5,5 \Rightarrow 25 \% \text{ je } 5,5 \cdot 25 = 137,5$
d) 1 % je $\frac{1\,000}{100} = 10 \Rightarrow 25 \% \text{ je } 10 \cdot 25 = 250$

3. Převed'te dané zlomky na procenta:

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{10}$

Řešení:

a) $\frac{1}{2} \cdot 100 = 50 \Rightarrow \frac{1}{2} = 50 \%$ c) $\frac{1}{5} \cdot 100 = 20 \Rightarrow \frac{1}{5} = 20 \%$

$$\text{b) } \frac{1}{4} \cdot 100 = 25 \Rightarrow \frac{1}{4} = 25 \%$$

$$\text{d) } \frac{1}{10} \cdot 100 = 10 \Rightarrow \frac{1}{10} = 10 \%$$

4. Převed'te dané zlomky na procenta:

$$\text{a) } \frac{4}{5}$$

$$\text{b) } \frac{3}{8}$$

$$\text{c) } \frac{7}{10}$$

$$\text{d) } \frac{8}{20}$$

Řešení:

$$\text{a) } \frac{4}{5} \cdot 100 = 80 \Rightarrow \frac{4}{5} = 80 \%$$

$$\text{c) } \frac{7}{10} \cdot 100 = 70 \Rightarrow \frac{7}{10} = 70 \%$$

$$\text{b) } \frac{3}{8} \cdot 100 = 37,5 \Rightarrow \frac{3}{8} = 37,5 \%$$

$$\text{d) } \frac{8}{20} \cdot 100 = 40 \Rightarrow \frac{8}{20} = 40 \%$$

5. Je-li 10 % 25 Kč, kolik procent je 100 Kč?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{25 \text{ Kč}}{10} = 2,50 \text{ Kč} \Rightarrow 100 \text{ Kč je } \frac{100 \text{ Kč}}{2,50 \text{ Kč}} = 40 \Rightarrow 40 \%$$

6. Je-li 35 % 70 kg, kolik procent je 210 kg?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{70 \text{ kg}}{35} = 2 \text{ kg} \Rightarrow 210 \text{ kg je } \frac{210 \text{ kg}}{2 \text{ kg}} = 105 \Rightarrow 105 \%$$

7. Kolik procent je 50 Kč z 200 Kč?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{200 \text{ Kč}}{100} = 2 \text{ Kč} \Rightarrow 50 \text{ Kč je } \frac{50 \text{ Kč}}{2 \text{ Kč}} = 25 \Rightarrow 25 \%$$

8. Kolik procent je 120 Kč z 300 Kč?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{300 \text{ Kč}}{100} = 3 \text{ Kč} \Rightarrow 120 \text{ Kč je } \frac{120 \text{ Kč}}{3 \text{ Kč}} = 40 \Rightarrow 40 \%$$

9. Zvětšete číslo 100 o 15 %.

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{100}{100} = 1 \Rightarrow 15 \% \text{ je } 1 \cdot 15 = 15 \Rightarrow 100 + 15 = 115$$

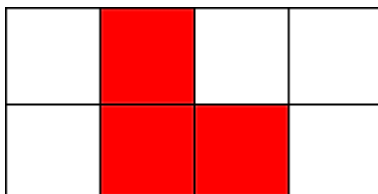
10. Zvětšete číslo 30 o 7 %.

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{30}{100} = 0,3 \Rightarrow 7 \% \text{ je } 0,3 \cdot 7 = 2,1 \Rightarrow 30 + 2,1 = 32,1$$

2.3.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem

1. Vyjádřete v procentech velikost plochy červených dlaždic k velikosti plochy celé stěny.



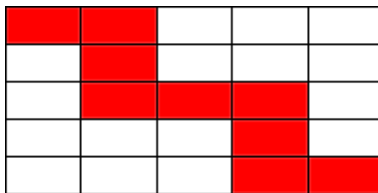
Obrázek 15. Procenta – průpravné úlohy – příklad 1 – zadání

Řešení:

$$\frac{3}{8} \cdot 100 = 37,5 \Rightarrow \frac{3}{8} = 37,5 \%$$

Plocha červených dlaždic tvoří 37,5 % stěny.

2. V koupelně jsou nové dlaždice. Vyjádřete v procentech velikost plochy červených dlaždic k velikosti plochy celé stěny.



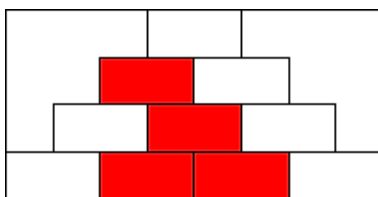
Obrázek 16. Procenta – průpravné úlohy – příklad 2 – zadání

Řešení:

$$\frac{9}{25} \cdot 100 = 36 \Rightarrow \frac{9}{25} = 36 \%$$

Červené dlaždice tvoří 36 % plochy stěny.

3. Obkladač vytvořil z dlaždic mozaiku. Vyjádřete v procentech velikost plochy červených dlaždic k velikosti plochy celé mozaiky.



Obrázek 17. Procenta – průpravné úlohy – příklad 3 – zadání

Řešení:

$$100 \% \text{ je } 16 \Rightarrow \frac{4}{16} \cdot 100 = 25 \Rightarrow \frac{4}{16} = 25 \%$$

Červené dlaždice tvoří 25 % plochy.

4. Občan musí zaplatit daň 15 % z částky 10 000 Kč. Kolik bude daň a kolik peněz mu zbyde?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{10\,000 \text{ Kč}}{100} = 100 \text{ Kč} \Rightarrow 15 \% \text{ je } 100 \text{ Kč} \cdot 15 = 1\,500 \text{ Kč}$$

$$10\,000 \text{ Kč} - 1\,500 \text{ Kč} = 8\,500 \text{ Kč}$$

Daň bude 1 500 Kč. Občanovi zůstane 8 500 Kč.

5. K nasolení masa potřebujeme 2 % soli. Kolik soli budeme potřebovat k nasolení 5 kg masa?

Řešení:

$$5 \text{ kg} = 5\,000 \text{ g}$$

$$1 \% \text{ je } \frac{5\,000 \text{ g}}{100} = 50 \text{ g} \Rightarrow 2 \% \text{ je } 50 \text{ g} \cdot 2 = 100 \text{ g}$$

K nasolení masa je potřeba 100 g soli.

6. Lesník zjistil, že 10 % lesa o rozloze 2 ha je napadeno kůrovcem. Jaká plocha lesa je napadena?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{2 \text{ ha}}{100} = 0,02 \text{ ha} \Rightarrow 10 \% \text{ je } 0,02 \text{ ha} \cdot 10 = 0,2 \text{ ha}$$

Je napadeno 0,2 ha.

7. V kuchyni se zkazilo 10 % z uskladněných 150 kg brambor. Kolik kg brambor se muselo vyhodit?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{150 \text{ kg}}{100} = 1,5 \text{ kg} \Rightarrow 10 \% \text{ je } 1,5 \text{ kg} \cdot 10 = 15 \text{ kg}$$

Muselo se vyhodit 15 kg brambor.

8. Svetr za 400 Kč byl zlevněn o 25 %. Jaká byla jeho nová cena po zlevnění?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{400 \text{ Kč}}{100} = 4 \text{ Kč} \Rightarrow 25 \% \text{ je } 4 \text{ Kč} \cdot 25 = 100 \text{ Kč} \Rightarrow 400 \text{ Kč} - 100 \text{ Kč} = 300 \text{ Kč}$$

Cena svetru po zlevnění je 300 Kč.

9. Adéla si koupila přívěsek za 240 Kč, což bylo 20 % jejích úspor. Kolik Kč jí zbylo?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{240 \text{ Kč}}{20} = 12 \text{ Kč} \Rightarrow 80 \% \text{ je } 12 \text{ Kč} \cdot 80 = 960 \text{ Kč}$$

Adéle zůstalo 960 Kč.

10. Ve třídě, která má 20 žáků, je 40 % děvčat. Kolik je ve třídě chlapců?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{20}{100} = 0,2 \Rightarrow 60 \% \text{ je } 0,2 \cdot 60 = 12$$

Ve třídě je 12 chlapců.

11. Silnice má stoupání 12 %. Určete výšku stoupání na vodorovné vzdálenosti 1 000 m.

Řešení:

$$12 \% = 0,12 \Rightarrow v = 0,12 \cdot 1\,000 \text{ m} = 120 \text{ m}$$

Silnice vystoupá o 120 m.

12. V akváriu tvaru kvádrů o rozměrech 30 cm, 50 cm a 40 cm je 45 litrů vody. Z kolika procent je akvárium zaplněno?

Řešení:

$$V = 30 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} = 60\,000 \text{ cm}^3 = 60 \text{ l}$$

$$1 \% \text{ je } \frac{60 \text{ l}}{100} = 0,61 \Rightarrow \frac{45 \text{ l}}{0,61} = 75 \Rightarrow \frac{45}{60} = 75 \%$$

Akvárium je zaplněno ze 75 %.

13. Televizor, který původně stál 12 000 Kč, byl o 12 % zlevněn. O kolik korun je levnější a jaká je nyní jeho cena?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{12\,000 \text{ Kč}}{100} = 120 \text{ Kč} \Rightarrow 12 \% \text{ je } 120 \text{ Kč} \cdot 12 = 1\,440 \text{ Kč}$$

$$12\,000 \text{ Kč} - 1\,440 \text{ Kč} = 10\,560 \text{ Kč}$$

Televizor je o 1 440 Kč levnější. Stojí 10 560 Kč.

14. Školní rok má 202 dní. Vánoční prázdniny trvají 19 dní. Vypočtete, kolik procent školního roku zabírají vánoční prázdniny.

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{202}{100} = 2,02 \Rightarrow \frac{19}{2,02} = 9,41 \Rightarrow \frac{19}{202} = 9,41 \%$$

Vánoční prázdniny zabírají 9,41 % školního roku.

15. Jak velký úkol měla parta zedníků, když ho splnila na 105 %, což znamenalo, že vyzdila o 30 m³ zdiva nad stanovený úkol?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{30 \text{ m}^3}{5} = 6 \text{ m}^3 \Rightarrow 100 \% \text{ je } 6 \text{ m}^3 \cdot 100 = 600 \text{ m}^3$$

Úkolem party zedníků bylo vyzdít 600 m³ zdiva.

16. Panu Novákovi byla snížena mzda 16 000 Kč o 5 %. Kolik Kč činí jeho nová mzda?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{16\,000 \text{ Kč}}{100} = 160 \text{ Kč} \Rightarrow 5 \% \text{ je } 160 \text{ Kč} \cdot 5 = 800 \text{ Kč}$$

$$16\,000 \text{ Kč} - 800 \text{ Kč} = 15\,200 \text{ Kč}$$

Nová mzda je 15 200 Kč.

17. Z vysázených stromků se jich ujalo 3 520, což bylo 80 % všech sazenic. Kolik stromků bylo vysázeno celkem?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{3\,520}{80} = 44 \Rightarrow 100 \% \text{ je } 44 \cdot 100 = 4\,400$$

Celkem bylo vysázeno 4 400 stromků.

18. Při dopravě skleněného zboží se 3,5 % rozbilo. Kolik procent zboží došlo bez úhony?

Řešení:

$$100 \% - 3,5 \% = 96,5 \%$$

Bez úhony došlo 96,5 % zboží.

19. Tabuli plechu rozdělili následujícím způsobem. Petr uřízl $\frac{2}{5}$ tabule, Michal 30 % tabule. Jaká část tabule plechu zůstala a která část je největší?

Řešení:

$$\frac{2}{5} \cdot 100 = 40 \Rightarrow \frac{2}{5} = 40 \%$$

$$100 \% - 30 \% - 40 \% = 30 \%$$

Zůstalo 30 % tabule plechu. Největší část je ta, kterou uřízl Petr.

20. Z kovových desek o hmotnosti 560 kg byly vyrobeny regály do skladu o celkové hmotnosti 532 kg. Kolik procent materiálu připadá na odpad?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{560}{100} = 5,6 \Rightarrow \frac{532}{5,6} = 95 \Rightarrow \frac{532}{560} = 95 \% \Rightarrow 100 \% - 95 \% = 5 \%$$

Na odpad připadá 5 % materiálu.

21. Havarijní pojištění pro auto pana Klidného stojí 25 000 Kč ročně. Pan Klidný díky provozu bez nehody získal bonus 40 %. Kolik Kč pan Klidný za pojištění zaplatí?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{25\,000 \text{ Kč}}{100} = 250 \text{ Kč} \Rightarrow 60 \% \text{ je } 250 \text{ Kč} \cdot 60 = 15\,000 \text{ Kč}$$

Pan Klidný zaplatí za pojištění 15 000 Kč.

22. Ze série 3 000 ručních čerpadel bylo 12 vadných. Jaké bylo procento zmetků?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{3\,000}{100} = 30 \Rightarrow \frac{12}{30} = 0,4 \Rightarrow \frac{12}{3\,000} = 0,4 \%$$

Zmetky tvořily 0,4 %.

23. Rodina si uložila na účet s roční úrokovou mírou 1 % 4 000 Kč. Kolik Kč naspořila za 1 rok?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{4\,000 \text{ Kč}}{100} = 40 \text{ Kč} \Rightarrow 4\,000 \text{ Kč} + 40 \text{ Kč} = 4\,040 \text{ Kč}$$

Rodina měla na účtu 4 040 Kč.

24. Kadlecovi si vzali půjčku 50 000 Kč na jeden rok s roční úrokovou mírou 2,5 %. Kolik korun zaplatí na konci roku?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{50\,000 \text{ Kč}}{100} = 500 \text{ Kč} \Rightarrow 60 \% \text{ je } 500 \text{ Kč} \cdot 2,5 = 1\,250 \text{ Kč}$$

$$50\,000 \text{ Kč} + 1\,250 \text{ Kč} = 51\,250 \text{ Kč}$$

Kadlecovi za půjčku zaplatí 51 250 Kč.

25. Novákovi koupili před pěti lety pozemek, který stál 300 000 Kč. Ceny pozemků se od té doby zvedly o 50 %. Jaká je cena pozemku dnes?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{300\,000 \text{ Kč}}{100} = 3\,000 \text{ Kč} \Rightarrow 50 \% \text{ je } 3\,000 \text{ Kč} \cdot 50 = 150\,000 \text{ Kč}$$

$$300\,000 \text{ Kč} + 150\,000 \text{ Kč} = 450\,000 \text{ Kč}$$

Nová cena pozemku je 450 000 Kč.

26. Prodejce nejprve snížil cenu bot 2 000 Kč o 20 % a po dvou dnech cenu bot opět snížil o 20 %. Jaká bude cena bot po těchto dvou dnech?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{2\,000 \text{ Kč}}{100} = 20 \text{ Kč} \Rightarrow 20 \% \text{ je } 20 \text{ Kč} \cdot 20 = 400 \text{ Kč}$$

$$2\,000 \text{ Kč} - 400 \text{ Kč} = 1\,600 \text{ Kč}$$

$$1 \% \text{ je } \frac{1\,600 \text{ Kč}}{100} = 16 \text{ Kč} \Rightarrow 20 \% \text{ je } 16 \text{ Kč} \cdot 20 = 320 \text{ Kč}$$

$$1\,600 \text{ Kč} - 320 \text{ Kč} = 1\,280 \text{ Kč}$$

Nová cena bude 1 280 Kč.

27. Kovalovi si uložili do banky 50 000 Kč s roční úrokovou mírou 2 %. Kolik korun bude činit úrok po roce, jestliže daň z úroku je 15 %?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{50\,000 \text{ Kč}}{100} = 500 \text{ Kč} \Rightarrow 2 \% \text{ je } 500 \text{ Kč} \cdot 2 = 1\,000 \text{ Kč}$$

$$1 \% \text{ je } \frac{1\,000 \text{ Kč}}{100} = 10 \text{ Kč} \Rightarrow 25 \% \text{ je } 10 \text{ Kč} \cdot 25 = 250 \text{ Kč}$$

$$1\,000 \text{ Kč} - 250 \text{ Kč} = 750 \text{ Kč}$$

Úrok bude 750 Kč.

28. Pečivo po upečení ztratilo 20 % své hmotnosti. Kolik těsta potřebujeme na výrobu 1 kg pečiva?

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{1 \text{ kg}}{80} = 0,0125 \text{ kg} \Rightarrow 20 \% \text{ je } 0,0125 \text{ kg} \cdot 20 = 0,25 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg} + 0,25 \text{ kg} = 1,25 \text{ kg}$$

Na výrobu 1 kg pečiva je potřeba 1,25 kg těsta.

29. Určete DPH u výrobku, který stojí 200 Kč, jestliže DPH je 21 % z ceny výrobku.

Řešení:

$$1 \% \text{ je } \frac{200 \text{ Kč}}{100} = 2 \text{ Kč} \Rightarrow 21 \% \text{ je } 2 \text{ Kč} \cdot 21 = 42 \text{ Kč}$$

DPH daného výrobku je 42 Kč.

2.4 Poměr a úměra

Žák:

- rozumí pojmu poměr, zapisuje ho, krátí a rozšiřuje;
- užívá měřítko a úměru.

2.4.1 Průpravné úlohy

1. Zapište poměr délek obou barevných úseček na obrázku.

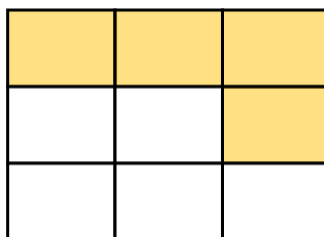


Obrázek 18. Poměr a úměra – průpravné úlohy – příklad 1 – zadání

Řešení:

2 : 5

2. Zapište poměr obsahů různě vybarvených ploch v útvaru na obrázku.

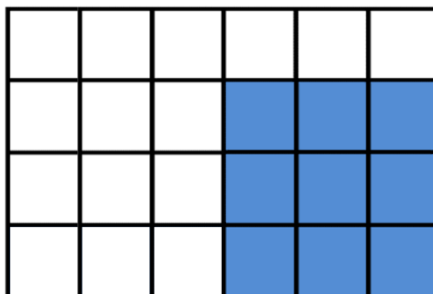


Obrázek 19. Poměr a úměra – průpravné úlohy – příklad 2 – zadání

Řešení:

4 : 5

3. Zapište poměr obsahů různě vybarvených ploch v útvaru na obrázku.



Obrázek 20. Poměr a úměra – průpravné úlohy – příklad 3 – zadání

Řešení:

9 : 15 = 3 : 5

4. Zapište, v jakém poměru jsou čísla 3 a 5.

Řešení:

$$3 : 5$$

5. Upravte poměr 6 : 3 na základní tvar.

Řešení:

$$6 : 3 = 2 : 1$$

6. Upravte poměr 27 : 24 na základní tvar.

Řešení:

$$27 : 24 = 9 : 8$$

7. Rozšiřte dvěma poměr 3 : 2.

Řešení:

$$3 : 2 = (3 \cdot 2) : (2 \cdot 2) = 6 : 4$$

8. Rozhodněte, zda platí rovnost $2 : 3 = 4 : 6$.

Řešení:

$$4 : 6 = 2 : 3$$

9. Rozdělte číslo 45 v poměru 2 : 3.

Řešení:

$$45 : 5 = 9; (2 \cdot 9) : (3 \cdot 9) = 18 : 27$$

10. Číslo 12 zmenšete v poměru 2 : 3.

Řešení:

$$2 : 3 = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot 12 = 8$$

11. Rozhodněte, zda platí rovnost $54 : 63 = 30 : 35$.

Řešení:

$$54 : 63 = 6 : 7; 30 : 35 = 6 : 7 \Rightarrow \text{rovnost poměrů platí}$$

12. Určete x , jestliže $3 : 5 = 15 : x$.

Řešení:

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = \frac{15}{3} \cdot 5 = 25$$

13. Určete podle měřítka, v kterém případě je daný předmět zmenšen, v kterém je zvětšen a kdy je nakreslen ve skutečné velikosti.

- a) 1 : 20 b) 3 : 1 c) 1 : 100 d) 1 : 1 e) 1 : 50 000

Řešení:

- a) zmenšení b) zvětšení c) zmenšení d) skutečná velikost e) zmenšení

14. Kolik cm ve skutečnosti je 1 cm na plánu v měřítku 1 : 5?

Řešení:

5 cm

15. Kolik m je 1 cm na mapě s měřítkem 1 : 20 000.

Řešení:

1 cm na mapě je 20 000 cm \Rightarrow 20 000 cm = 200 m

16. Jaké je měřítko mapy, když 2 cm na mapě jsou ve skutečnosti 2 km?

Řešení:

1 km = 100 000 cm \Rightarrow 2 cm : 200 000 cm \Rightarrow měřítko mapy je 1 : 100 000

17. Vypočítejte obvod obdélníkového pole o stranách 5 cm a 3 cm, je-li zakresleno v měřítku 1 : 25 000.

Řešení:

1 cm na mapě se rovná 25 000 cm ve skutečnosti.

5 cm = 125 000 cm = 1,25 km

3 cm = 75 000 cm = 0,75 km

$o = 2 \cdot (1,25 + 0,75) = 4$ km

2.4.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem

1. Truhlář má rozříznout tyč dlouhou 2 m v poměru 2 : 3. Kolik cm měří uříznuté části?

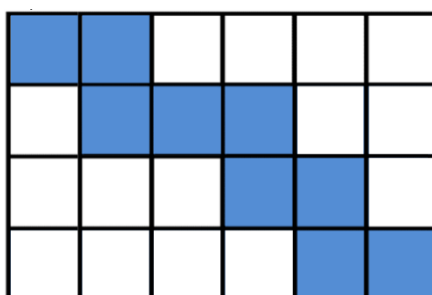
Řešení:

$$2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$$

$$1 \text{ díl: } \frac{200 \text{ cm}}{5} = 40 \text{ cm} \quad 2 \text{ díly: } 2 \cdot 40 \text{ cm} = 80 \text{ cm} \quad 3 \text{ díly: } 3 \cdot 40 \text{ cm} = 120 \text{ cm}$$

Uříznuté části měří 80 cm a 120 cm.

2. Vyjádřete poměr bílých a modrých čtverečků na obrázku.



Obrázek 21. Poměr a úměra – příklad 3 – zadání

Řešení:

$$15 : 9 = 5 : 3$$

Poměr čtverečků je 5 : 3.

3. Obdélník má strany v poměru 2 : 5. Kratší strana měří 3 cm, jak dlouhá je druhá strana?

Řešení:

$$1 \text{ díl: } \frac{3 \text{ cm}}{2} = 1,5 \text{ cm} \quad 5 \text{ dílů: } 5 \cdot 1,5 \text{ cm} = 7,5 \text{ cm}$$

Delší strana obdélníku měří 7,5 cm.

4. Dva kamarádi si rozdělili 200 Kč v poměru 2 : 3. Kolik Kč dostane každý z nich?

Řešení:

$$1 \text{ díl: } \frac{200 \text{ Kč}}{5} = 40 \text{ Kč} \quad 2 \text{ díly: } 2 \cdot 40 \text{ Kč} = 80 \text{ Kč} \quad 3 \text{ díly: } 3 \cdot 40 \text{ Kč} = 120 \text{ Kč}$$

První chlapec dostane 80 Kč a druhý 120 Kč.

5. Záhon o délce 15 m rozdělíte na dvě části v poměru 2 : 1. Jak velké úseky dostanete?

Řešení:

$$1 \text{ díl: } \frac{15 \text{ m}}{3} = 5 \text{ m} \qquad 2 \text{ díly: } 2 \cdot 5 \text{ m} = 10 \text{ m}$$

Větší úsek bude dlouhý 10 m a kratší 5 m.

6. Obdélník má strany v poměru 3 : 5. Kratší strana měří 5 cm. Kolik cm měří delší strana obdélníku?

Řešení:

$$1 \text{ díl: } \frac{5 \text{ cm}}{3} = \frac{5}{3} \text{ cm} \qquad 5 \text{ dílů: } 5 \cdot \frac{5}{3} \text{ cm} = \frac{25}{3} \text{ cm} = 8\frac{1}{3} \text{ cm}$$

Delší strana obdélníku měří $8\frac{1}{3}$ cm.

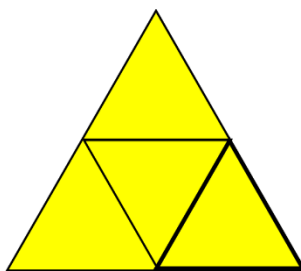
7. Výkres má měřítko 1 : 10. Jaká je skutečná délka součástky, která má na výkresu délku 5 cm?

Řešení:

1 cm na výkresu je roven 10 cm ve skutečnosti; 5 cm = 50 cm

Součástka měří 50 cm.

8. Celý zlatý plíšek na obrázku stojí 3 000 Kč. Kolik bude stát uříznutý trojúhelník?



Obrázek 22. Poměr a úměra – příklad 8 – zadání

Řešení:

$$3\,000 \text{ Kč} : 4 = 750 \text{ Kč}$$

Uříznutý trojúhelník stojí 750 Kč.

9. Pan Novák koupil zahradu o rozměrech 20 m × 30 m. Jaké rozměry bude mít zahrada na plánu v měřítku 1 : 1 000?

Řešení:

$$1000 \text{ cm} = 10 \text{ m}$$

1 cm na mapě je 1 000 cm ve skutečnosti. \Rightarrow 20 m ve skutečnosti je 2 cm na mapě.

30 m ve skutečnosti je 3 cm na mapě.

Zahrada bude mít na plánu rozměry 2 cm × 3 cm.

10. Poměr chlapců a dívek ve třídě je 4 : 7. Kolik je ve třídě dívek, jestliže chlapců je 12? Kolik je ve třídě dětí?

Řešení:

$$1 \text{ díl: } \frac{12}{4} = 3$$

$$7 \text{ dílů: } 7 \cdot 3 = 21$$

$$\text{celkem: } 12 + 21 = 33$$

Ve třídě je 21 dívek. Ve třídě je 33 dětí.

11. Dvě dívky si na týdenní brigádě vydělaly 600 Kč. Protože první z nich byla dva dny nemocná, rozdělily si výplatu v poměru 3 : 5. Kolik korun dostala každá z nich?

Řešení:

$$1 \text{ díl: } \frac{600 \text{ Kč}}{8} = 75 \text{ Kč}$$

$$3 \text{ díly: } 3 \cdot 75 \text{ Kč} = 225 \text{ Kč}$$

$$5 \text{ dílů: } 5 \cdot 75 \text{ Kč} = 375 \text{ Kč}$$

První dívka dostala 225 Kč a druhá 375 Kč.

12. Na přípravu vápenné malty potřebujeme 4 díly písku a 1 díl vápna. Nakreslete obrázek a zapište poměrem a procenty, jakou část malty tvoří písek a jakou část malty tvoří vápno.

Řešení:

Poměr písku a vápna je 4 : 1.

Písek tvoří 80 % a vápno 20 %.



Obrázek 23. Poměr a úměra – příklad 12 – řešení

13. Vzdálenost 6 km je na mapě znázorněna úsečkou 20 mm. Jaké je měřítko mapy?

Řešení:

$$20 \text{ mm} = 2 \text{ cm}$$

$$6 \text{ km} = 6\,000 \text{ m} = 600\,000 \text{ cm}$$

2 cm na mapě je 600 000 cm ve skutečnosti.

1 cm na mapě je 300 000 cm ve skutečnosti.

Měřítko mapy je 1 : 300 000.

14. Dvě obce jsou vzdáleny 10 km. Na mapě je tato vzdálenost určena úsečkou dlouhou 5 cm. Jaké je měřítko mapy?

Řešení:

10 km = 10 000 m = 1 000 000 cm

5 cm na mapě je 1 000 000 cm ve skutečnosti.

1 cm na mapě je 200 000 cm ve skutečnosti.

Měřítko mapy je 1 : 200 000.

15. Na jednu dávku 5 kg prádla dáváme odměrku, tedy 200 ml, pracího prášku. Kolik prášku musíme dát při praní cca 1 kg prádla?

Řešení:

$$\frac{200}{5} = \frac{x}{1} \Rightarrow x = \frac{200}{5} \cdot 1 \Rightarrow x = 40 \text{ ml}$$

Při praní musíme dát 40 ml pracího prášku.

16. Cukrářka potřebuje smíchat mouku s cukrem v poměru 4 : 1. Kolik cukru bude potřebovat při přípravě 2 kg směsi?

Řešení:

$$1 \text{ díl: } \frac{2\,000 \text{ g}}{5} = 400 \text{ g} \qquad 4 \text{ díly: } 4 \cdot 400 \text{ g} = 1\,600 \text{ g}$$

Cukrářka bude potřebovat 400 g cukru.

17. Dvě místa mají na mapě s měřítkem 1 : 75 000 vzdálenost 4 cm. Jak velkou vzdálenost mají tato místa na mapě s měřítkem 1 : 50 000?

Řešení:

1 cm na mapě je 75 000 cm ve skutečnosti.

4 cm na mapě je 300 000 cm ve skutečnosti.

1 cm na mapě je 50 000 cm ve skutečnosti $\rightarrow 300\,000 \text{ cm} : 50\,000 \text{ cm} = 6$

$\Rightarrow 300\,000 \text{ cm}$ ve skutečnosti je 6 cm na mapě.

Obě místa mají na mapě 1 : 50 000 vzdálenost 6 cm.

18. Jak velké je měřítko mapy, jestliže vzdálenosti 8,2 km odpovídá na mapě úsečka 5 cm?

Řešení:

$$8,2 \text{ km} = 8\,200 \text{ m} = 820\,000 \text{ cm}$$

5 cm na mapě je 820 000 cm ve skutečnosti.

$$1 \text{ cm na mapě je } \frac{820\,000 \text{ cm}}{5} = 164\,000 \text{ cm ve skutečnosti.}$$

Měřítko mapy je 1 : 164 000.

19. Určete poměr podobnosti trojúhelníků ABC a DEF (poměr stran $a : d, b : e, c : f$), jestliže $a = 4 \text{ cm}, b = 6 \text{ cm}, c = 8 \text{ cm}, d = 3 \text{ cm}, e = 4,5 \text{ cm}, f = 6 \text{ cm}$.

Řešení:

$$\frac{a}{d} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{b}{e} = \frac{6}{4,5} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{c}{f} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

Poměr podobnosti je 4 : 3.

20. Ze 100 zasetých semen nevyklíčily 4. Kolik semen pravděpodobně nevyklíčilo z 500 zasetých semen? Určete poměrem a zlomkem.

Řešení:

$$\frac{4}{100} = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{1}{25} = \frac{x}{500} \Rightarrow x = 20$$

Z 500 semen jich pravděpodobně nevyklíčilo 20. Klíčivost je $1 : 25 = \frac{1}{25}$.

21. Na vánoční besídku přišlo 40 žáků. Počty chlapců a dívek jsou v poměru 3 : 5. Potom ještě přišlo 10 chlapců a 5 dívek. Jaký je nový poměr chlapců a dívek?

Řešení:

$$1 \text{ díl: } \frac{40}{8} = 5$$

$$3 \text{ díly: } 3 \cdot 5 = 15 \text{ chlapců}$$

$$5 \text{ dílů: } 5 \cdot 5 = 25 \text{ dívek}$$

Po příchodu 10 chlapců a 5 dívek:

$$15 + 10 = 25 \text{ chlapců}$$

$$25 + 5 = 30 \text{ dívek}$$

$$\text{celkem: } 25 + 30 = 55$$

$$\frac{25 \text{ chlapců}}{30 \text{ dívek}} = \frac{5}{6} \Rightarrow 5 : 6$$

Nový poměr chlapců a dívek je 5 : 6.

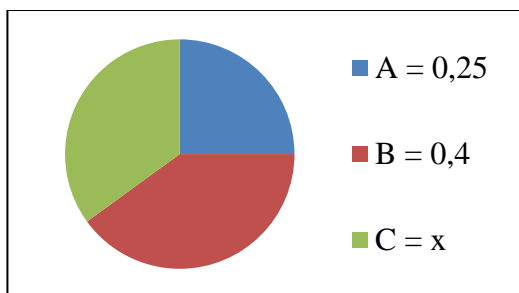
22. Dva chlapci si měli rozdělit 1 500 Kč v poměru 3 : 7. Kolik Kč dostal každý z nich?

Řešení:

$$1 \text{ díl: } \frac{1\,500 \text{ Kč}}{10} = 150 \text{ Kč} \quad 3 \text{ díly: } 3 \cdot 150 \text{ Kč} = 450 \text{ Kč} \quad 7 \text{ dílů: } 7 \cdot 150 \text{ Kč} = 1\,050 \text{ Kč}$$

První chlapec dostal 450 Kč a druhý 1 050 Kč.

23. Kruh je rozdělen na tři výseče. Určete, jakou část plochy zaujímá výseč C a v jakém poměru jsou plochy výsečí A : B : C.



Obrázek 24. Poměr a úměra – příklad 23 – zadání

Řešení:

$$x = 1 - 0,25 - 0,4 = 0,35$$

$$A : B : C = 0,25 : 0,4 : 0,35 = 5 : 8 : 7$$

Výseč C zaujímá 35 % plochy. Plochy výsečí jsou v poměru 5 : 8 : 7.

24. Obdélníkový pozemek má na plánu s měřítkem 1 : 10 000 rozměry 1,8 cm a 2,4 cm. Určete jeho skutečné rozměry.

Řešení:

1 cm na mapě je 10 000 cm ve skutečnosti. 1,8 cm na mapě je 18 000 cm ve skutečnosti.

2,4 cm na mapě je 24 000 cm ve skutečnosti.

$$18\,000 \text{ cm} = 180 \text{ m} \quad 24\,000 \text{ cm} = 240 \text{ m}$$

Pozemek má rozměry 180 m a 240 m.

25. Do nádrže je třeba dolít směs oleje s benzínem v poměru 1 : 20. Kolik oleje musíme použít, máme-li 5 l čistého benzínu?

Řešení:

$$1 \cdot 20 = x : 5 \text{ l} \Rightarrow x = 5 : 20 = 0,25 \text{ l}$$

Musíme použít 0,25 l oleje.

3 Algebra

3.1 Proměnná a výrazy s proměnnými

Žák:

- rozumí pojmům člen výrazu a hodnota výrazu;
- určí hodnotu výrazu dosazením proměnných do vzorce;
- upravuje jednoduché výrazy.

3.1.1 Průpravné úlohy

1. Přečtěte výrazy.

- | | | |
|------------|------------|-------------|
| a) $x + 3$ | c) $4x$ | e) $2x + 1$ |
| b) $5 - x$ | d) $x : 3$ | |

Řešení:

- a) číslo x plus 3
- b) pět minus číslo x
- c) čtyřnásobek čísla x
- d) číslo x dělené 3
- e) dvojnásobek čísla x plus 1

2. Nahraďte slovní popis matematickým výrazem.

- a) číslo x zvětšené o dvě
- b) číslo x zmenšené o sedm
- c) trojnásobek čísla x
- d) polovina čísla x
- e) polovina čísla x

Řešení:

- | | | |
|------------|------------|-------------|
| a) $x + 2$ | c) $3x$ | e) $2x + 3$ |
| b) $x - 7$ | d) $x : 2$ | |

3. Nahraďte slovní popis matematickým výrazem a vypočtěte jeho hodnotu.

- a) rozdíl čísel x a y ; $x = 20$, $y = 5$
- b) dvojnásobek čísla x zmenšený o pět a vydělený třemi; $x = 5$

c) druhá mocnina čísla x vynásobená číslem y ; $x = 2$, $y = 6$

Řešení:

a) $x - y = 20 - 5 = 15$

b) $(2x - 5) : 3 = (2 \cdot 5 - 5) : 3 = 5 : 3 = \frac{5}{3}$

c) $x^2 \cdot y = 2^2 \cdot 6 = 4 \cdot 6 = 24$

4. Nahrad'te slovní popis matematickým výrazem a vypoč'tete jeho hodnotu.

a) druhá mocnina součtu čísel x a y zvětšená o 5; $x = 2$, $y = 3$

b) rozdíl čísla x a druhé mocniny ze součtu čísel y a z ; $x = 23$, $y = 4$, $z = 5$

Řešení:

a) $(x + y)^2 + 5 = (2 + 3)^2 + 5 = 25 + 5 = 30$

b) $x - (y + z)^2 = 23 - (4 + 5)^2 = 23 - 81 = -58$

5. Určete hodnotu výrazu.

a) $a + b$, je-li $a = 4$ a $b = 7$

b) $a + 2 \cdot b$, je-li $a = 3$ a $b = 2$

c) $2 \cdot (a + b)$, je-li $a = 3$ a $b = 4$

d) $a \cdot b$, je-li $a = 2$ a $b = 3$

e) $a \cdot b \cdot c$, je-li $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$

Řešení:

a) $4 + 7 = 11$

b) $3 + 2 \cdot 2 = 3 + 4 = 7$

c) $2 \cdot (3 + 4) = 2 \cdot 7 = 14$

d) $2 \cdot 3 = 6$

e) $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

6. Je-li $a = 2 - x$, $b = 2 + x$, určete, čemu se rovná:

a) $2a + b$

b) $2a - b$

Řešení:

a) $2a + b = 2 \cdot (2 - x) + (2 + x) = 4 - 2x + 2 + x = 6 - x$

b) $2a - b = 2 \cdot (2 - x) - (2 + x) = 4 - 2x - 2 - x = 2 - 3x$

7. Určete hodnoty výrazů pro $a = -1$, $b = 2$:

a) $x = b - 2 \cdot a - a \cdot b$

b) $y = a^3 - b^3 - 2 \cdot a \cdot b$

c) $w = a^2 \cdot b^3 - a^3 \cdot b^2$

d) $z = a + b + a^3 - b^3$

Řešení:

a) $x = 2 - 2 \cdot (-1) - (-1) \cdot 2 = 2 + 2 + 2 = 6$

b) $y = (-1)^3 - 2^3 - 2 \cdot (-1) \cdot 2 = -1 - 4 + 4 = -1$

c) $w = (-1)^2 \cdot 2^3 - (-1)^3 \cdot 2^2 = 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 = 8 + 4 = 12$

d) $z = (-1) + 2 + (-1)^3 - 2^3 = -1 + 2 - 1 - 4 = -4$

8. Určete hodnotu výrazu $3 \cdot \frac{x}{2} - \frac{5}{2} - 0,5x + 1$ pro

a) $x = 3$

b) $x = -3$

c) $x = 0$

Řešení:

a) $3 \cdot \frac{x}{2} - \frac{5}{2} - 0,5x + 1 = 3 \cdot \frac{3}{2} - \frac{5}{2} - 0,5 \cdot 3 + 1 = \frac{9}{2} - \frac{5}{2} - \frac{3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$

b) $3 \cdot \frac{x}{2} - \frac{5}{2} - 0,5x + 1 = 3 \cdot \frac{(-3)}{2} - \frac{5}{2} - 0,5 \cdot (-3) + 1 = \frac{-9}{2} - \frac{5}{2} + \frac{3}{2} + \frac{2}{2} = -\frac{9}{2} = -4,5$

c) $3 \cdot \frac{x}{2} - \frac{5}{2} - 0,5x + 1 = 3 \cdot \frac{0}{2} - \frac{5}{2} - 0,5 \cdot 0 + 1 = 0 - \frac{5}{2} - 0 + \frac{2}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5$

9. Zjednodušte výrazy.

a) $2a + 3a - a =$

b) $5a - 3 + a + 4 =$

Řešení:

a) $2a + 3a - a = 4a$

b) $5a - 3 + a + 4 = 6a + 1$

10. Zjednodušte výrazy.

a) $4a - 2b + 5b =$

b) $4x + 2 \cdot (3x + 1) =$

c) $5 \cdot (x + 5) =$

Řešení:

a) $4a - 2b + 5b = 4a + 3b$

b) $4x + 2 \cdot (3x + 1) = 4x + 6x + 2 = 10x + 2$

c) $5 \cdot (x + 5) = 5x + 25$

11. Zjednodušte výraz $x \cdot (x + 1) - x + 1$.

Řešení:

$$x \cdot (x + 1) - x + 1 = x^2 + x - x + 1 = x^2 + 1$$

12. Zjednodušte výrazy.

a) $4x - 3(y + x) =$

b) $12,5x + 6 - 10x - 4 =$

c) $(3x + 3) : (x + 1) =$

Řešení:

a) $4x - 3(y + x) = 4x - 3y - 3x = x - 3y$

b) $12,5x + 6 - 10x - 4 = 2,5x + 2$

c) $(3x + 3) : (x + 1) = 3 \cdot (x + 1) : (x + 1) = 3$

13. Jestliže $3x + 2 = -1$, najděte:

a) $2 \cdot (3x + 2) =$

b) $-1 \cdot (3x + 2) - 1 \cdot (3x + 2) =$

c) $3x + 3 =$

Řešení:

a) $2 \cdot (3x + 2) = 2 \cdot (-1) = -2$

b) $-1 \cdot (3x + 2) - 1 \cdot (3x + 2) = -1 \cdot (-1) - 1 \cdot (-1) = 1 + 1 = 2$

c) $3x + 3 = (3x + 2) + 1 = (-1) + 1 = 0$

14. Do vzorce $S = a \cdot b$ dosad'te za $a = 3$ a $b = 4$.

Řešení:

$$S = a \cdot b = 3 \cdot 4 = 12$$

15. Určete obsah a obvod čtverce o straně a , je-li $a = 5$ cm.

Řešení:

$$S = a^2 = (5 \text{ cm})^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$o = 4 \cdot 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

16. Vypočítejte hodnotu V , když do vzorce $V = a \cdot b \cdot c$ dosadíte číselné hodnoty: $a = 30$ mm, $b = 12$ cm, $c = 0,15$ m.

Řešení:

$$a = 30 \text{ mm} = 3 \text{ cm}$$

$$b = 12 \text{ cm}$$

$$c = 0,15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

$$V = a \cdot b \cdot c = 3 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} = 540 \text{ cm}^3$$

17. Zapište vzorce pro obvod a obsah obdélníku o rozměrech a , b . Vypočítejte hodnotu obvodu a obsahu obdélníku, je-li $a = 5$ cm a $b = 4$ cm.

Řešení:

$$S = a \cdot b = 5 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2$$

$$o = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (5 \text{ cm} + 4 \text{ cm}) = 18 \text{ cm}$$

18. Vypočítejte rychlost automobilu dosazením do vztahu $v = \frac{s}{t}$, je-li $s = 150$ km a $t = 2,5$ h.

Řešení:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{150 \text{ km}}{2,5 \text{ h}} = 60 \text{ km.h}^{-1}$$

3.1.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem

1. Vypočítejte plochu koberce ve tvaru obdélníku podle vzorce $S = a \cdot b$, jestliže $a = 3$ m a $b = 2$ m.

Řešení:

$$S = a \cdot b = 3 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} = 6 \text{ m}^2$$

Plocha koberce je 6 m^2 .

2. Obdélníková zahrada má rozměry x a y . Určete její obvod a obsah.

Řešení:

$$o = 2 \cdot (x + y)$$

$$S = x \cdot y$$

3. Kolik dm^2 plechu spotřebujete na výrobu plechové krabičky o rozměrech $a = 30$ cm, $b = 20$ cm a $v = 10$ cm, jestliže pro hledanou plochu platí $S = a \cdot b + 2 \cdot (a + b) \cdot v$. Hodnoty dosazujte v decimetrech.

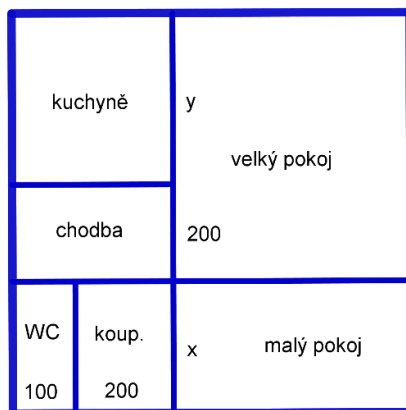
Řešení:

$$30 \text{ cm} = 3 \text{ dm}, 20 \text{ cm} = 2 \text{ dm}, 10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$$

$$S = a \cdot b + 2 \cdot (a + b) \cdot v = 3 \text{ dm} \cdot 2 \text{ dm} + 2 \cdot (3 \text{ dm} + 2 \text{ dm}) \cdot 1 \text{ dm} = 16 \text{ dm}^2$$

Na výrobu krabičky se spotřebuje 16 dm^2 plechu.

4. Byt na obrázku má půdorys tvaru čtverce o straně 7 m.
- Vyjádřete y pomocí x .
 - Napište vztah pro velikost plochy podlahy velkého pokoje.



Obrázek 25. Proměnná a výrazy s proměnnými – příklad 4 – zadání

Řešení:

a) $100 \text{ cm} = 1 \text{ m}, 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$

$$y = 7 \text{ m} - 2 \text{ m} - x \text{ m} = (5 - x) \text{ m}$$

- b) rozměry velkého pokoje jsou:

$$d = (7 - x) \text{ m}$$

$$\check{s} = 7 \text{ m} - 1 \text{ m} - 2 \text{ m} = 4 \text{ m}$$

$$S = d \cdot \check{s} = (7 - x) \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = (28 - 4x) \text{ m}^2$$

5. Byt na obrázku má půdorys tvaru čtverce o straně 7 m.
- Vyjádřete x pomocí y a z .
 - Napište vztah pro poměr velikostí ploch malého a velkého pokoje.



Obrázek 26. Proměnná a výrazy s proměnnými – příklad 5 – zadání

Řešení:

a) $x = 7 - y - z = 7 - (y + z)$

b)

Malý pokoj:

1. strana: $7 \text{ m} - (1 \text{ m} + 2 \text{ m}) = 4 \text{ m}$

2. strana: x

$S_1 = 4 \cdot x$

Velký pokoj:

1. strana: $7 \text{ m} - (1 \text{ m} + 2 \text{ m}) = 4 \text{ m}$

2. strana: $z + y$

$S_2 = 4 \cdot (z + y)$

$S_1 : S_2 = 4 \cdot x : 4 \cdot (z + y) = x : (z + y)$

6. Vypočítejte objem akvária ve tvaru kvádru podle vzorce $V = a \cdot b \cdot c$, jestliže jeho rozměry jsou $a = 20 \text{ cm}$, $b = 40 \text{ cm}$ a $c = 30 \text{ cm}$. Kolik litrů vody se do něj vejde?

Řešení:

$V = a \cdot b \cdot c = 20 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} = 24\,000 \text{ cm}^3 = 24 \text{ dm}^3 = 24 \text{ l}$

Objem akvária je $24\,000 \text{ cm}^3$. Vejde se do něj 24 l vody.

7. Kvádr má strany $a = x \text{ cm}$, $b = (x + 2) \text{ cm}$ a $c = 5 \text{ dm}$. Určete jeho objem v cm^3 , znáte-li vzorec pro výpočet $V = a \cdot b \cdot c$.

Řešení:

$V = a \cdot b \cdot c = x \text{ cm} \cdot (x + 2) \text{ cm} \cdot 50 \text{ cm} = (50x^2 + 100x) \text{ cm}^3$

Objem kvádru je $(50x^2 + 100x) \text{ cm}^3$.

8. Vyhledejte si vzorec pro objem sudu ve tvaru válce. Vypočítejte objem sudu o průměru podstavy $d = 40$ cm a výšce $v = 50$ cm.

Řešení:

$$V = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot v = \pi \cdot \frac{(40 \text{ cm})^2}{4} \cdot 50 \text{ cm} = 62\,831,853 \text{ cm}^3 = 62,83 \text{ l}$$

Objem sudu je 62,83 l.

9. Na výrobu stolu se spotřebuje x dm³ dřeva a na výrobu židle se spotřebuje y dm³ dřeva. Kolik dm³ dřeva se spotřebuje na výrobu 10 stolů a 40 židlí?

Řešení:

$$10 \text{ stolů: } 10x \text{ dm}^3 \qquad 40 \text{ židlí: } 40y \text{ dm}^3 \qquad \text{celkem: } (10x + 40y) \text{ dm}^3$$

Na výrobu 10 stolů a 40 židlí se spotřebuje $(10x + 40y)$ dm³ dřeva.

10. Pro obvodovou rychlost brusného kotouče platí vzorec $v = \pi \cdot d \cdot \frac{n}{60}$. Vypočítejte obvodovou rychlost brusného kotouče, je-li průměr kotouče 30 cm a počet otáček za minutu $n = 300$.

Řešení:

$$v = \pi \cdot d \cdot \frac{n}{60} = \pi \cdot 30 \text{ cm} \cdot \frac{300}{60} = 471,24 \text{ cm/min}$$

Obvodová rychlost je 471,24 cm/min.

11. Pole má rozlohu 700 ha. Jaká bude jeho šířka, je-li délka pole x m?

Řešení:

$$1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2 \Rightarrow 700 \text{ ha} = 7\,000\,000 \text{ m}^2$$

$$S = \check{s} \cdot d \Rightarrow \check{s} = \frac{S}{d} = \frac{7\,000\,000}{x} \text{ m}$$

$$\text{Šířka pole je } \frac{7\,000\,000}{x} \text{ m}$$

12. Do nádrže, která má tvar válce, se vejde 500 l vody. Jaká bude výška vody v nádrži o poloměru r cm? Vzorec pro objem nádrže je $V = \pi \cdot r^2 \cdot v$.

Řešení:

$$500 \text{ l} = 500 \text{ dm}^3 = 500\,000 \text{ cm}^3$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot v \Rightarrow v = \frac{V}{\pi \cdot r^2} = \frac{500\,000}{\pi \cdot r^2} \text{ cm}$$

$$\text{Výška vody bude } \frac{500\,000}{\pi \cdot r^2}.$$

13. Kuchař potřebuje na uvaření denní dávky polévky a kg zeleniny a b kilogramů masa. Kolik kg obou surovin spotřebuje za 5 dní?

Řešení:

$$5a + 5b = 5 \cdot (a + b)$$

Kuchař spotřebuje $5 \cdot (a + b)$ kg surovin.

14. Na zahradě je x obdélníkových záhonů, na každém z nich je zasazeno y sazenic kvěťáku. Kolik sazenic kvěťáku je na zahradě?

Řešení:

Na zahradě je $x \cdot y$ sazenic kvěťáku.

15. Zámečník vyrobí za 1 hodinu p součástek, obráběcí stroj vyrobí za 1 hodinu o dvě součástky více. Kolik součástek vyrobí za 1 hodinu dohromady?

Řešení:

$$p + (p + 2) = 2 \cdot p + 2$$

Za hodinu vyrobí $2p + 2$ součástek.

16. Zaměstnanci firmy vyrobili x součástek za směnu, která má 8 hodin. Kolik součástek vyrobili za 3 směny, jestliže druhý den vyrobili o 5 součástek více a třetí den o 3 součástky méně než první den?

Řešení:

první den: x

druhý den: $x + 5$

třetí den: $x - 3$

$$\text{celkem: } x + x + 5 + x - 3 = 3x + 2$$

Zaměstnanci vyrobili $3x + 2$ součástky.

17. Pokud krejčí ušije 10 oděvů pro kuchaře, tak na rondon spotřebuje x m² látky, na kalhoty y m² látky a na čepici z dm² látky. Kolik m² látky spotřebuje na výrobu 15 souprav?

Řešení:

Na 10 souprav: $(x + y + 0,01z)$ m²

Na 1 soupravu: $\frac{x + y + 0,01z}{10}$ m²

Na 15 souprav: $15 \cdot \frac{x + y + 0,01z}{10}$ m² = $\frac{3}{2} \cdot (x + y + 0,01z)$ m²

Krejčí spotřebuje $\frac{3}{2} \cdot (x + y + 0,01z)$ m² látky.

18. Petra si za rok ušetřila a Kč. Kolik Kč si ušetřila za 6 měsíců, jestliže každý měsíc ušetřila stejnou částku?

Řešení:

6 měsíců je půl roku, proto $\frac{a}{2}$ Kč.

Petra si ušetřila $\frac{a}{2}$ Kč.

19. Jana si každý měsíc ušetřila a Kč.

a) Kolik Kč si ušetřila za rok?

b) Jaká částka jí zůstala, když si po roce šetření koupila mobil za 2 500 Kč?

Řešení:

a) $12a$ Kč

Jana za rok ušetřila $12a$ Kč

b) $(12a - 2\,500)$ Kč

Janě zůstalo $(12a - 2\,500)$ Kč.

20. Bochník chleba stojí 35 Kč. Vyjádřete částku, kterou vrátí prodavač při koupi x bochníků chleba při platbě tisícikorunovou bankovkou.

Řešení:

x bochníků chleba stojí $(35 \cdot x)$ Kč \Rightarrow prodavač vrátí $(1\,000 - 35 \cdot x)$ Kč

Prodavač vrátí $(1\,000 - 35 \cdot x)$ Kč.

21. Ze vzorce $d = 0,15 \cdot x$ vypočítejte 15% daň z příjmu, jestliže zdaňovaná částka má hodnotu $x = 20\,000$ Kč.

Řešení:

$$d = 0,15 \cdot x = 0,15 \cdot 20\,000 \text{ Kč} = 3\,000 \text{ Kč}$$

Daň z příjmu je 3 000 Kč.

22. Máme-li zhodnocen vklad s roční úrokovou mírou p , pak se výsledná částka z za n let vypočítá podle vzorce $z = v \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$. Vypočítejte uloženou částku po dvou letech ($n = 2$), při vkladu $v = 10\,000$ Kč a při roční úrokové míře $p = 2\%$.

Řešení:

$$z = v \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = 10\,000 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^2 = 10\,000 \cdot 1,02^2 = 10\,404 \text{ Kč}$$

Po dvou letech bude na účtu 10 404 Kč.

23. Kurz koruny k euru je 25,90 Kč za jedno euro. Počet eur e nakoupených za koruny k udává vzorec $e = \frac{k}{25,90}$. Vypočítejte, kolik euro dostanete za 1 000 Kč.

Řešení:

$$e = \frac{k}{25,90} = \frac{1\,000}{25,90} = 38,61 \text{ €}$$

Dostaneme 38,61 €.

24. Pro počet litrů paliva p , které si můžeme koupit za částku x Kč při ceně c Kč za 1 litr, platí vzorec $p = \frac{x}{c}$. Vypočítejte, kolik litrů paliva si koupíte za 1 000 Kč při ceně 32 Kč za litr.

Řešení:

$$p = \frac{x}{c} = \frac{1\,000}{32} \text{ litrů} = 31,25 \text{ litrů}$$

Za 1 000 Kč si koupíme 31,25 l paliva.

25. Pan Zedník nakoupil suroviny na stavbu zděného plotu. Za a Kč koupil cihly, za b Kč koupil maltu a za c Kč železné sloupky. Jaké byly náklady na stavbu plotu? Kolik korun bude potřebovat, když chce postavit ještě tři podobné ploty?

Řešení:1 plot: $(a + b + c)$ Kč4 ploty: $4 \cdot (a + b + c)$ KčNa stavbu 4 plotů bude potřebovat $4 \cdot (a + b + c)$ Kč.

26. Pro výpočet úroku platí vzorec $u = K \cdot p \cdot \frac{d}{100 \cdot 360}$, kde K je počáteční kapitál, p je procentní sazba v procentech a d je doba splatnosti kapitálu ve dnech. Určete úrok pro $K = 100\,000$ Kč, $p = 10\%$ a $d = 720$ dnů.

Řešení:

$$u = K \cdot p \cdot \frac{d}{100 \cdot 360} = 100\,000 \cdot 10 \cdot \frac{720}{100 \cdot 360} = 20\,000 \text{ Kč}$$

Úrok je 20 000 Kč.

27. Jakou částku budete mít naspořenou po 10 letech, pokud investujete jednorázově 1 000 000 Kč při úrokové míře 5 % p. a. (ročně) s měsíčním připisováním úroků? Platí vzorec $u = K \cdot (1 + i)^n$, kde K je vložená investice, i je úroková míra zadaná desetinným číslem a n počet úrokovacích období.

Řešení:

$$u = K \cdot (1 + i)^n = 1\,000\,000 \text{ Kč} \cdot (1 + 0,05)^{10} = 1\,000\,000 \text{ Kč} \cdot 1,05^{10} = 1\,628\,895 \text{ Kč}$$

Budeme mít naspořeno 1 628 895 Kč.

28. Pan Šetrný si uložil do banky částku a Kč na 1 rok, při roční úrokové sazbě $b\%$.

a) Kolik korun dostal na konci roku?

b) Jakou zaplatil daň z úroku, je-li daň z úroku 15 %?

Řešení:

$$\text{Úrok: } \frac{a}{100} \cdot b$$

$$\text{Daň z úroku je: } \frac{a}{100} \cdot b \cdot \frac{15}{100}$$

$$\text{Celkem dostal: } a + \frac{a}{100} \cdot b - \frac{a}{100} \cdot b \cdot \frac{15}{100} = a + \frac{a}{100} \cdot b \cdot (1 - 0,15)$$

29. Chléb stojí x Kč a rohlík y Kč. Vyjádřete částku, kterou vám vrátí prodavač při koupi deseti chlebů a padesáti rohlíků placených tisícikorunovou bankovkou.

Řešení:10 chlebů: $10 \cdot x$ Kč50 rohlíků: $50 \cdot y$ KčCelkem: $(10 \cdot x + 50 \cdot y)$ Kč $k = 1\,000 \text{ Kč} - (10 \cdot x + 50 \cdot y) \text{ Kč}$

Vrácená částka je $[1\ 000 - (10 \cdot x + 50 \cdot y)]$ Kč.

30. Rodina si v lednu udělala rozpočet na celý rok. Otec dává do společné pokladny p Kč a matka r Kč. Výdaje na chod domácnosti (jídlo, elektřina, teplo, vodné a stočné, televize a internet, nájem) jsou s Kč ($s < p + r$). Jaká částka zůstane rodině na spoření, jestliže každé ze dvou dětí dostane kapesné v Kč?

Řešení:

Rodině zůstane částka $p + r - s - 2v$.

3.2 Lineární rovnice

Žák:

- řeší jednoduché lineární rovnice o jedné neznámé;
- rozlišuje levou a pravou stranu rovnice.

3.2.1 Průpravné úlohy

1. Řešte rovnice a ověřte správnost řešení dosazením:

a) $x + 3 = 5$

b) $2x - 3 = 9$

c) $x = 2x - 5$

Řešení:

a) $x + 3 = 5$

$$x = 5 - 3$$

$$x = 2$$

b) $2x - 3 = 9$

$$2x = 9 + 3$$

$$x = 6$$

c) $x = 2x - 5$

$$5 = 2x - x$$

$$x = 5$$

2. Řešte rovnice a ověřte správnost řešení dosazením:

a) $2 \cdot (x + 3) = 8$

b) $3 \cdot (2x - 1) + 4 = 13$

c) $x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

Řešení:

a) $2 \cdot (x + 3) = 8$

$$2x + 6 = 8$$

b) $3 \cdot (2x - 1) + 4 = 13$

$$6x - 3 + 4 = 13$$

c) $x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \quad /. 2$

$$2x = 8 - 6$$

$$x = 1$$

$$6x = 13 + 3 - 4$$

$$x = 2$$

$$2x + 1 = 5$$

$$2x = 5 - 1$$

$$x = 2$$

3. Řešte rovnice a proveďte zkoušku:

a) $3 \cdot (5 - 2x) + 5x = 5 - 3 \cdot (x - 1)$

b) $\frac{x-5}{2} + \frac{x+1}{4} = \frac{6}{4}$

c) $2,4x - 6,5 = 3,6x - 0,5$

Řešení:

a) $3 \cdot (5 - 2x) + 5x = 5 - 3 \cdot (x - 1)$

$$15 - 6x + 5x = 5 - 3x + 3$$

$$15 - x = 8 - 3x$$

$$15 - 8 = -3x + x$$

$$2x = -7$$

$$x = -3,5$$

b) $\frac{x-5}{2} + \frac{x+1}{4} = \frac{6}{4} \quad / \cdot 4$

$$2 \cdot (x - 5) + x + 1 = 6$$

$$2x - 10 + x + 1 = 6$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

c) $2,4x - 6,5 = 3,6x - 0,5$

$$-1,2x = 6$$

$$x = -5$$

4. Je-li $5x - 17 = -x + 7$, pak $x = ?$

Řešení:

$$5x - 17 = -x + 7$$

$$6x = 24$$

$$x = 4$$

5. Řešte rovnice a proveďte zkoušku:

a) $2,5x - 3 = 1,5x$

b) $3x + 5 = 2x - 3$

c) $x + 2x + 5x = 16$

Řešení:

a) $2,5x - 3 = 1,5x$

$$2,5x - 1,5x = 3$$

b) $3x + 5 = 2x - 3$

$$3x - 2x = -3 - 5$$

c) $x + 2x + 5x = 16$

$$8x = 16$$

$$x = 3$$

$$x = -8$$

$$x = 2$$

6. Řešte rovnice a proveďte zkoušku:

a) $3,5x - 5 = 2,5x + 3$

b) $1,5 \cdot (x - 2) = 2,5 \cdot (x + 4)$

c) $\frac{2x+3}{2} - 1 = \frac{3x-2}{2}$

Řešení:

a) $3,5x - 5 = 2,5x + 3$

$$3,5x - 2,5x = 5 + 3$$

$$x = 8$$

b) $1,5 \cdot (x - 2) = 2,5 \cdot (x + 4)$

$$1,5x - 3 = 2,5x + 10$$

$$1,5x - 2,5x = 3 + 10$$

$$-x = 13$$

$$x = -13$$

c) $\frac{2x+3}{2} - 1 = \frac{3x-2}{2} \quad / \cdot 2$

$$2x + 3 - 2 = 3x - 2$$

$$2x + 1 = 3x - 2$$

$$2x - 3x = -2 - 1$$

$$-x = -3$$

$$x = 3$$

7. Řešte rovnice a proveďte zkoušku:

a) $1 - \left(x - \frac{1}{2}\right) = 7 - \frac{3x}{2}$

b) $6,5x + 3,8 = 4,2x - 3,1$

Řešení:

a) $1 - \left(x - \frac{1}{2}\right) = 7 - \frac{3x}{2}$

$$1 - x + \frac{1}{2} = 7 - \frac{3x}{2} \quad / \cdot 2$$

$$2 - 2x + 1 = 14 - 3x$$

$$-2x + 3x = 14 - 1 - 2$$

$$x = 11$$

b) $6,5x + 3,8 = 4,2x - 3,1$

$$6,5x - 4,2x = -3,1 - 3,8$$

$$2,3x = -6,9$$

$$x = -3$$

3.2.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem

1. Dvě cukrářky Pavla a Jana upekly 8 dortů. Pavla upekla o dva dorty více než Jana. Kolik dortů každá z nich upekla?

Řešení:

$$\text{Jana upekla: } x \quad \Rightarrow \quad x = 3$$

$$\text{Pavla upekla: } (x + 2) \quad \Rightarrow \quad x + 2 = 5$$

$$\text{Celkem upekly: } 8 = x + (x + 2) \Rightarrow 8 = 2x + 2 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

Jana upekla 3 dorty, Pavla upekla 5 dortů.

2. Jana má 15 Kč, Helena má o 3 Kč více. Kolik si mohou koupit housek, jestliže jedna houska stojí 3 Kč?

Řešení:

$$\text{Jana: } 15 \text{ Kč}$$

$$\text{Helena: } 15 \text{ Kč} + 3 \text{ Kč} = 18 \text{ Kč}$$

$$\text{Celkem: } 15 \text{ Kč} + 18 \text{ Kč} = 33 \text{ Kč} \Rightarrow 33 \text{ Kč} = x \cdot 3 \text{ Kč} \Rightarrow x = 11$$

Mohou si koupit 11 housek.

3. Honza koupil Petrovi 4 koláče a Pavlovi 2 koláče. Zaplatil dohromady 48 Kč z peněz, které dostal od Petra.

a) Kolik stál jeden koláč?

b) Kolik musí zaplatit Pavel Petrovi?

Řešení:

a) cena 1 koláče: x

$$\text{b) } 4x + 2x = 48 \text{ Kč} \Rightarrow 6x = 48 \text{ Kč} \Rightarrow x = 8 \text{ Kč}$$

Jeden koláč stál 8 Kč

c) $2 \cdot 8 \text{ Kč} = 16 \text{ Kč}$

Pavel musí Petrovi dát 16 Kč

4. Řemeslník koupil dvě různé soupravy nářadí. Zaplatil za ně 2 400 Kč. Jedna ze souprav byla o 200 Kč dražší než druhá. Kolik korun za každou z nich zaplatil?

Řešení:

Cena 1. soupravy: x Kč

Cena 2. soupravy: $(x + 200)$ Kč

Celkem: x Kč + $(x + 200)$ Kč = 2 400 Kč

$$\Rightarrow 2x + 200 = 2\,400 \Rightarrow 2x = 2\,200 \Rightarrow x = 1\,100 \text{ Kč}$$

První souprava stála 1 100 Kč a druhá 1 300 Kč.

5. Houska stojí o 1 Kč víc než rohlík. Petr si koupil za 12 Kč 2 housky a 3 rohlíky. Kolik bude Jirka potřebovat na nákup 1 housky a 2 rohlíků?

Řešení:

Cena rohlíku: x Kč $\Rightarrow x = 2$ Kč

Cena housky: $(x + 1)$ Kč $\Rightarrow x + 1 = 3$ Kč

Petrův nákup: $3 \cdot x$ Kč + $2 \cdot (x + 1)$ Kč = 12 Kč

$$\Rightarrow 3x + 2x + 2 = 12 \Rightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2 \text{ Kč}$$

Jirkův nákup: $2 \cdot x$ Kč + $1 \cdot (x + 1)$ Kč = $2 \cdot 2$ Kč + $1 \cdot 3$ Kč = 7 Kč

6. Metr látky byl zlevněn o 20 Kč. Nyní stojí 9 metrů této látky stejně jako dříve 8 metrů. Určete starou a novou cenu látky.

Řešení:

Původní cena: x Kč $\Rightarrow x = 180$ Kč

Nová cena: $(x - 20)$ Kč $\Rightarrow x - 20 = 160$ Kč

Platí: $9 \cdot (x - 20)$ Kč = $8 \cdot x$ Kč

$$\Rightarrow 9x - 180 = 8x \Rightarrow x = 180 \text{ Kč}$$

Původní cena látky je 180 Kč, nová cena látky je 160 Kč.

7. Dva brigádníci si vydělali 6 000 Kč. První si vydělal polovinu toho, co druhý. Kolik korun každý z nich dostal?

Řešení:

Druhý brigádník: x Kč $\Rightarrow x = 4\,000$ Kč

První brigádník: $0,5x$ Kč $\Rightarrow 0,5x = 2\,000$ Kč

Celkem: $x \text{ Kč} + 0,5x \text{ Kč} = 6\,000 \text{ Kč}$
 $\Rightarrow 1,5x = 6\,000 \Rightarrow x = 4\,000 \text{ Kč}$

První brigádník si vydělal 2 000 Kč, druhý 4 000 Kč.

8. Tři brigádníci si vydělali 8 500 Kč. První si vydělal o polovinu více než druhý a o 500 Kč méně než třetí. Kolik každý z nich dostal?

Řešení:

Druhý brigádník: $x \text{ Kč} \Rightarrow x = 2\,000 \text{ Kč}$
 První brigádník: $(x + 0,5x) \text{ Kč} \Rightarrow x + 0,5x = 3\,000 \text{ Kč}$
 Třetí brigádník: $[(x + 0,5x) + 500] \text{ Kč} \Rightarrow (x + 0,5x) + 500 = 3\,500 \text{ Kč}$
 Celkem: $x \text{ Kč} + (x + 0,5x) \text{ Kč} + [(x + 0,5x) + 500] \text{ Kč} = 8\,500 \text{ Kč}$
 $\Rightarrow x + x + 0,5x + x + 0,5x + 500 = 8\,500 \Rightarrow 4x = 8\,000$
 $\Rightarrow x = 2\,000$

První brigádník si vydělal 3 000 Kč, druhý 2 000 Kč a třetí 3 500 Kč.

9. Rozloha čtvercové zahrady je o 20 m² menší než rozloha obdélníkové zahrady o rozloze 120 m². Kolik metrů pletiva bude potřeba na oplocení čtvercové zahrady?

Řešení:

Čtvercová zahrada: $x \text{ m}^2 \Rightarrow x = 100 \text{ m}^2$
 Obdélníková zahrada: $120 \text{ m}^2 = (x + 20) \text{ m}^2 \Rightarrow x + 20 = 120 \Rightarrow x = 100$
 Délka strany: $S = a^2 \Rightarrow a = \sqrt{100} \text{ m} \Rightarrow a = 10 \text{ m}$
 Obvod zahrady: $o = 4 \cdot a = 4 \cdot 10 \text{ m} = 40 \text{ m}$

Na oplocení zahrady bude potřeba 40 m pletiva.

10. Žáci upekli ve školní cukrárně roládu. Třetinu rolády naplnili čokoládovým krémem, polovinu vanilkovým a poslední část, která je dlouhá 20 cm, naplnili ovocným krémem. Jak dlouhá je roláda?

Řešení:

Celá roláda: $x \text{ cm} \Rightarrow x = 120 \text{ cm}$
 Čokoládová část: $\frac{1}{3}x \text{ cm} \Rightarrow \frac{1}{3}x = 40 \text{ cm}$
 Vanilková část: $\frac{1}{2}x \text{ cm} \Rightarrow \frac{1}{2}x = 60 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} \text{Ovocná část:} \quad 20 \text{ cm} &= x \text{ cm} - \frac{1}{3}x \text{ cm} - \frac{1}{2}x \text{ cm} \\ \Rightarrow 20 &= \frac{6}{6}x - \frac{2}{6}x - \frac{3}{6}x \Rightarrow 20 = \frac{1}{6}x \Rightarrow x = 120 \end{aligned}$$

Celá roláda je dlouhá 120 cm.

11. Ve skladu jsou uloženy balíčky s jídlem. Polovina žáků si balíček vzala hned při příchodu do školy, čtvrtina si ho vzala ke svačině a 92 žáků si balíček nechalo k obědu. Kolik žáků je ve škole?

Řešení:

$$\text{Počet balíčků s jídlem: } x \qquad \Rightarrow x = 368 \text{ žáků}$$

$$\text{Jídlo po příchodu: } \frac{1}{2}x \qquad \Rightarrow \frac{1}{2}x = 184 \text{ žáků}$$

$$\text{Jídlo ke svačině: } \frac{1}{4}x \qquad \Rightarrow \frac{1}{4}x = 92 \text{ žáků}$$

$$\begin{aligned} \text{Jídlo k obědu:} \quad 92 &= x - \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x \\ \Rightarrow 92 &= \frac{4}{4}x - \frac{2}{4}x - \frac{1}{4}x \Rightarrow 92 = \frac{1}{4}x \Rightarrow x = 368 \end{aligned}$$

Ve škole je 368 žáků.

12. Měsíční plat pana Mirka byl 23 900 Kč. Během daného roku mu ho zvýšili na 26 170 Kč. Vypočítejte, od kterého měsíce mu zvýšili plat, jestliže v daném roce vydělal 293 610 Kč?

Řešení:

$$\text{Počet měsíců s platem 23 900 Kč: } x \qquad \Rightarrow x = 9$$

$$\text{Počet měsíců s platem 26 170 Kč: } 12 - x \qquad \Rightarrow 12 - x = 3$$

$$\begin{aligned} \text{Celkový výdělek:} \quad 293\,610 \text{ Kč} &= 23\,900 \text{ Kč} \cdot x + 26\,170 \text{ Kč} \cdot (12 - x) \\ \Rightarrow 293\,610 &= 23\,900x + 26\,170 \cdot (12 - x) \\ \Rightarrow 293\,610 &= 23\,900x + 314\,040 - 26\,170x \\ \Rightarrow 2\,270x &= 20\,430 \\ \Rightarrow x &= 9 \end{aligned}$$

Plat byl panu Mirkovi zvýšen po 9 měsících, původní plat bral od ledna do září, nový plat od října do prosince.

4 Práce s daty a informacemi, závislosti

Žák:

- vyhledá, využije a interpretuje data z tabulky, diagramu a grafu;
- porovnává soubory dat;
- rozliší přímou a nepřímou úměrnost.

4.1.1 Průpravné úlohy

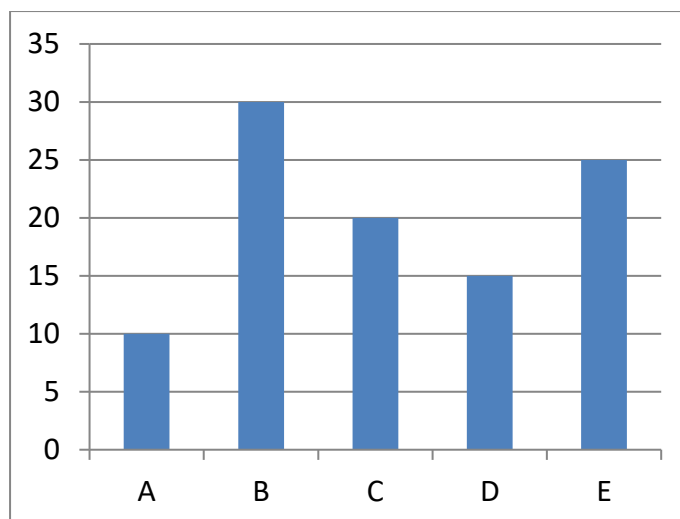
1. Zapište do tabulky dané hodnoty a seřaďte je podle velikosti od nejmenší po největší:
123, 134, 127, 129, 130, 132, 125.

Řešení:

Tabulka 1. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 1 – řešení

123	125	127	129	130	132	134
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

2. Daný graf zobrazuje stav určitých zásob. Určete, jaké hodnoty odpovídají objektům A, B, C, D, E a kolik objektů je celkem.

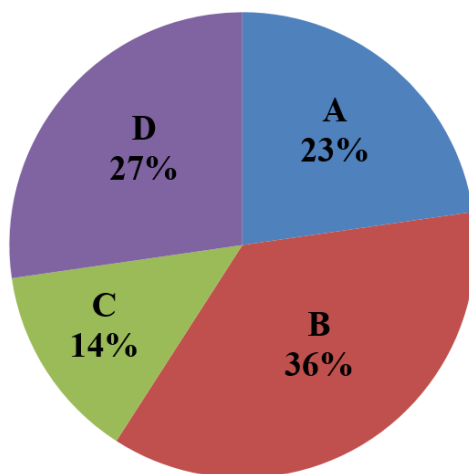


Graf 1. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 2 – zadání

Řešení:

A = 10, B = 30, C = 20, D = 15, E = 25. Celkem: 100.

3. Daný graf zobrazuje rozdělení počtu prodaných aut podle barev karoserie. Celkem bylo prodáno 100 aut. Určete, kolik bylo prodáno aut podle barev.

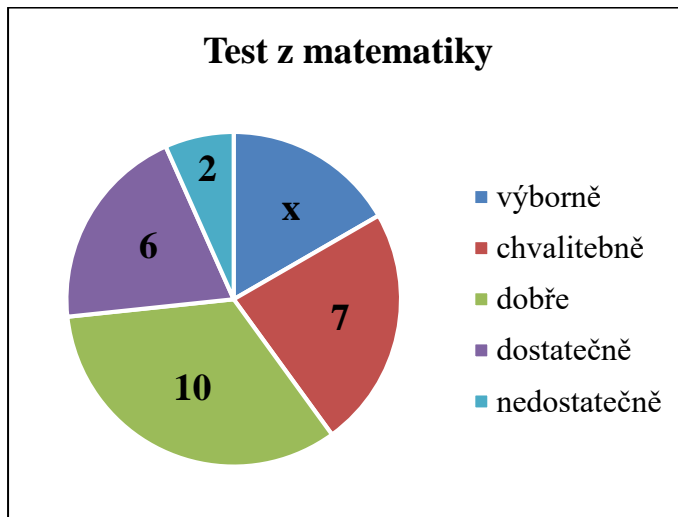


Graf 2. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 3 – zadání

Řešení:

$$A = 23, B = 30, C = 14, D = 2$$

4. Ve třídě je 30 žáků. Z grafu určete, kolik žáků dostalo z testu z matematiky jedničku.

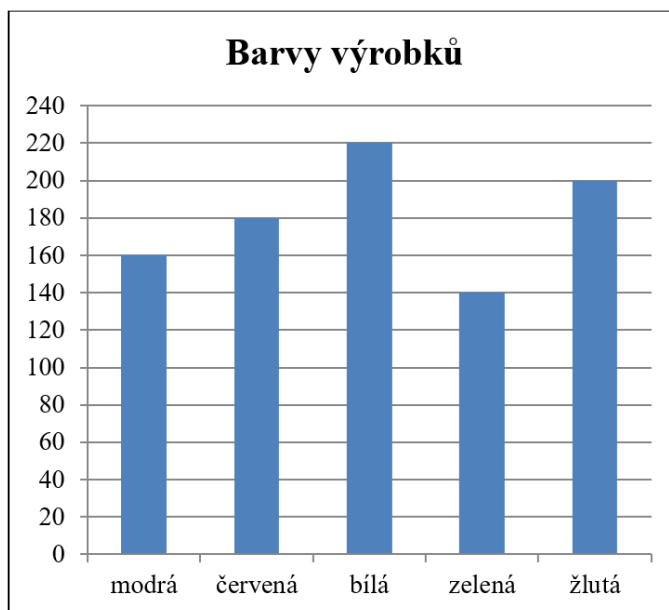


Graf 3. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 4 – zadání

Řešení:

Jedničku dostalo 5 žáků.

5. Z grafu určete počet výrobků. Kolik výrobků má bílou barvu a kolik je výrobků zelené barvy?

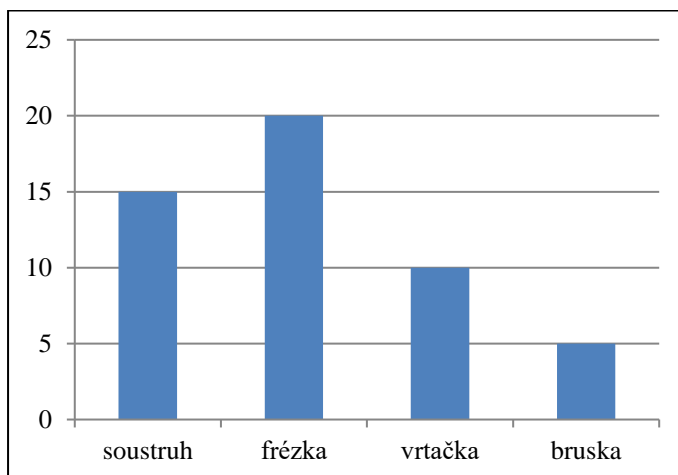


Graf 4. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 5 – zadání

Řešení:

Celkem je 900 výrobků. Z toho je 220 výrobků bílé barvy a 170 výrobků zelené barvy.

6. Ve strojních dílnách mají stroje, které jsou zobrazeny v daném grafu. Určete, kolik procent tvoří soustruhy, frézky, vrtačky a brusky.

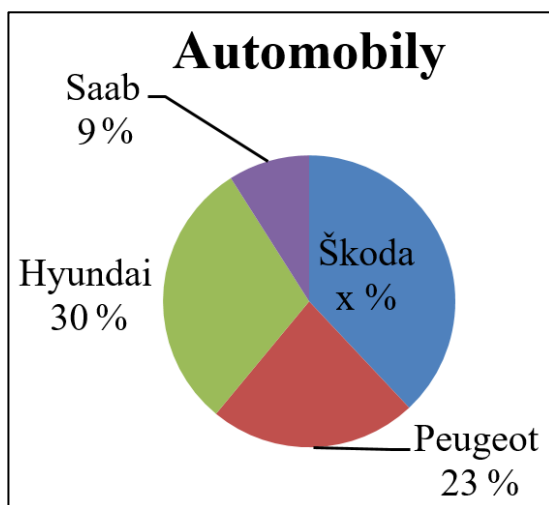


Graf 5. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 6 – zadání

Řešení:

Z 50 strojů tvoří soustruhy 30 %, frézky 40 %, vrtačky 20 % a brusky 10 %.

7. Na parkovišti stojí 500 automobilů. Z grafu určete, kolik automobilů jednotlivých značek je na parkovišti.



Graf 6. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 7 – zadání

Řešení:

Saab – 45 Hyundai – 150 Peugeot – 115 Škoda – 190

8. Vypočítejte aritmetický průměr čísel:

- a) 2, 4, 6
- b) 12, 15, 18
- c) 25, 34, 46
- d) 70, 86, 93

Řešení:

- a) 4 b) 15 c) 35 d) 83

9. Doplňte do tabulky výsledky:

Tabulka 2. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 9 – zadání

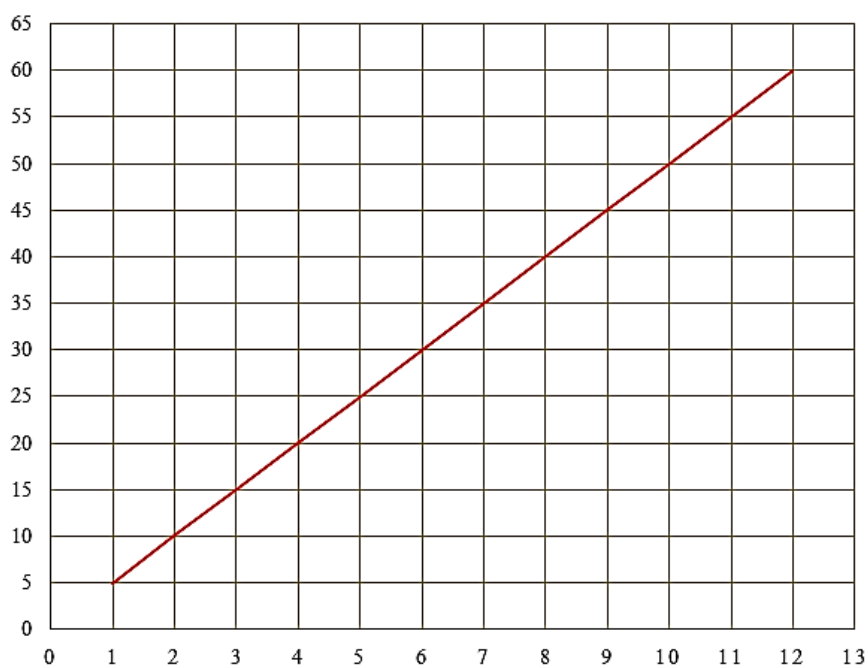
a	$a + 8\,420$	$a - 6\,240$	$a \cdot 3$	$a : 5$
12 550				
21 420				
33 480				
45 800				

Řešení:

Tabulka 3. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 9 – řešení

a	a + 8 420	a – 6240	a . 3	a : 5
12 550	20 970	6 310	37 650	2 510
21 420	29 840	15 180	64 260	4 284
33 480	41 900	27 240	100 440	6 696
45 800	54 220	39 560	137 400	9 160

10. Z grafu určete hodnoty pro 1, 2, 3, 4, 5.



Graf 7. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 10 – zadání

Řešení:

1 – 5

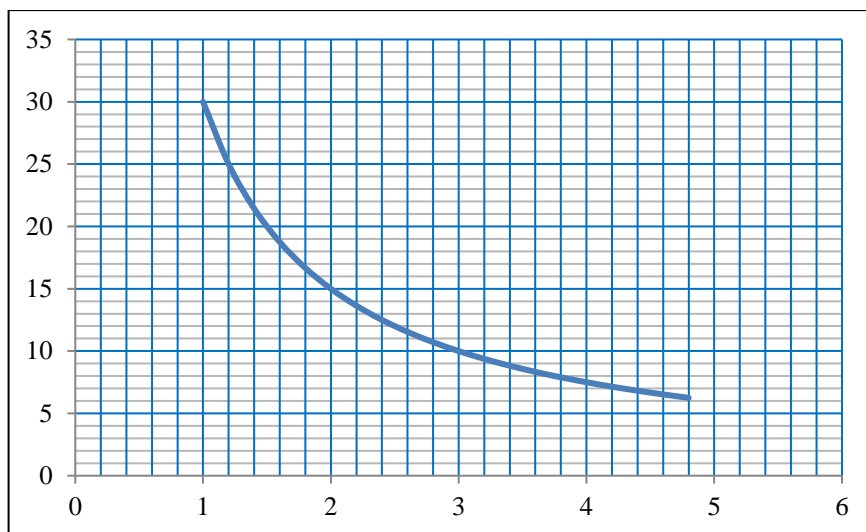
2 – 10

3 – 15

4 – 20

5 – 25

11. Z grafu určete hodnoty pro 1, 2, 3.



Graf 8. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 11 – zadání

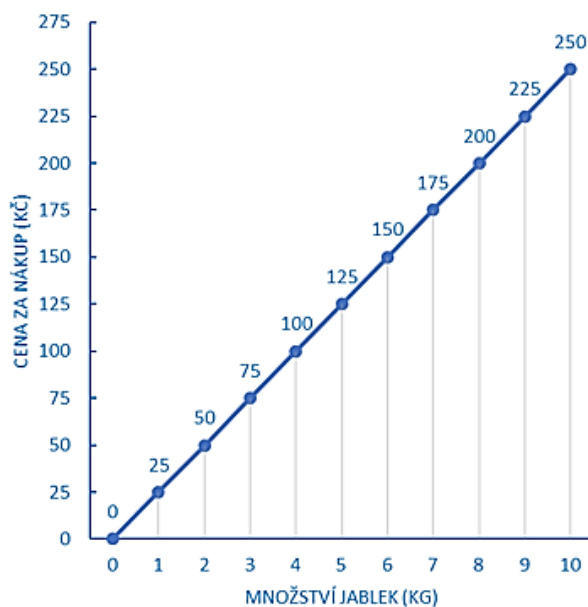
Řešení:

1 – 30

2 – 15

3 – 10

12. Z grafu je patrné, za jakou cenu koupíte jablka. Určete koeficient k přímé úměrnosti ($y = k \cdot x$) a cenu, za kterou koupíte 100 kg jablek.



Graf 9. Práce s daty a informacemi, závislosti – průpravné úlohy – příklad 12 – zadání

Řešení:

Koeficient $k = 25$. Za 100 kg zaplatí 2 500 Kč.

4.1.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem

1. V hodině tělesné výchovy se zjišťovala výška chlapců. Získali tyto údaje: 173 cm, 175 cm, 168 cm, 159 cm, 175 cm, 160 cm, 172 cm, 175 cm, 172 cm. Sestrojte tabulku a určete:
- výšku nejvyššího chlapce
 - výšku nejnižšího chlapce
 - nejčastější výšku ve třídě

Řešení:

Tabulka 4. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 1 – řešení

výška chlapců v cm	159	160	168	172	173	175
počet	1	1	1	2	1	3

- a) 17 cm b) 159 cm c) 175 cm
2. Děvčata zaznamenávala ve skleníku po celý týden teplotu v 8:00, v 11:00 a ve 13:00. Naměřila tyto hodnoty: pondělí 21,5 °C, 22,6 °C, 23,5 °C; úterý 22,4 °C, 24,5 °C, 25,1 °C; středa 20,5 °C, 22,1 °C, 23,6 °C; čtvrtek 21,8 °C, 22,7 °C, 23,2 °C; pátek 23,6 °C, 24,5 °C, 25,1 °C.
- Sestavte tabulku naměřených hodnot.
 - Určete nejnižší a nejvyšší teplotu v 8:00, v 11:00 a ve 13:00.

Řešení:

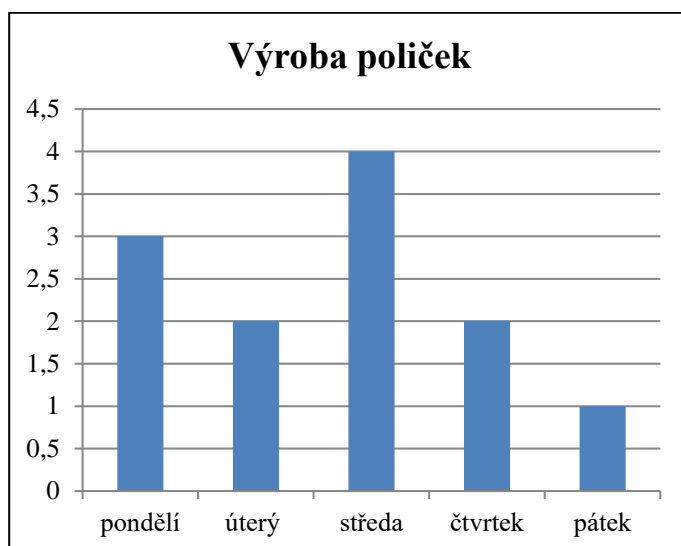
Tabulka 5. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 2 – řešení

	Po	Út	St	Čt	Pá
8:00	21,5 °C	22,4 °C	20,5 °C	21,8 °C	23,6 °C
11:00	22,6 °C	24,5 °C	22,1 °C	22,7 °C	24,5 °C
13:00	23,5 °C	25,1 °C	23,6 °C	23,2 °C	25,1 °C

Nejnižší teplota v 8 hodin byla 20,5 °C, v 11 hodin 22,1 °C a ve 13 hodin 23,2 °C.

Nejvyšší teplota v 8 hodin byla 23,6 °C, v 11 hodin 24,5 °C a ve 13 hodin 25,1 °C.

3. Petr dostal za úkol vyrobit v době praxe ve školních dílnách co nejvíce dřevěných poliček. Na konci týdne si udělal graf, kde zobrazil počet poliček, které vyrobil v jednotlivých dnech. Kolik poliček vyrobil za týden? Který den vyrobil nejvíce poliček a který den nejméně poliček?

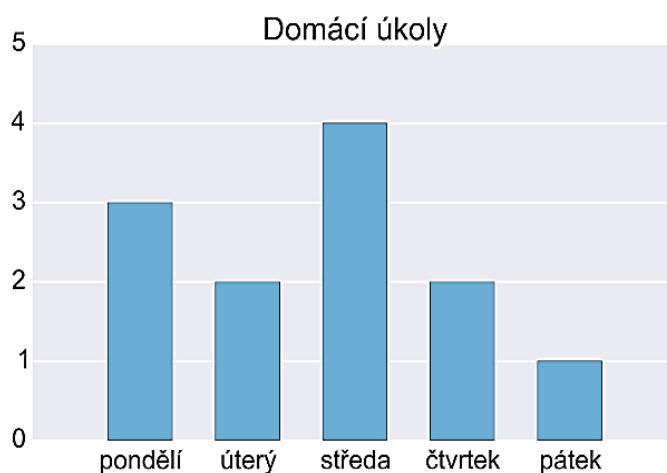


Graf 10. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 3 – zadání

Řešení:

Za týden vyrobil 12 poliček, nejvíce jich vyrobil ve středu a nejméně v pátek.

4. Žáci třídy 1. B dostali v jednom týdnu hodně domácích úkolů. Na grafu jsou zobrazeny počty úkolů v jednotlivých dnech. Určete:
- kolik úkolů dostali ve středu
 - kolik úkolů dostali za týden



Graf 11. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 4 – zadání

Řešení:

a) 4

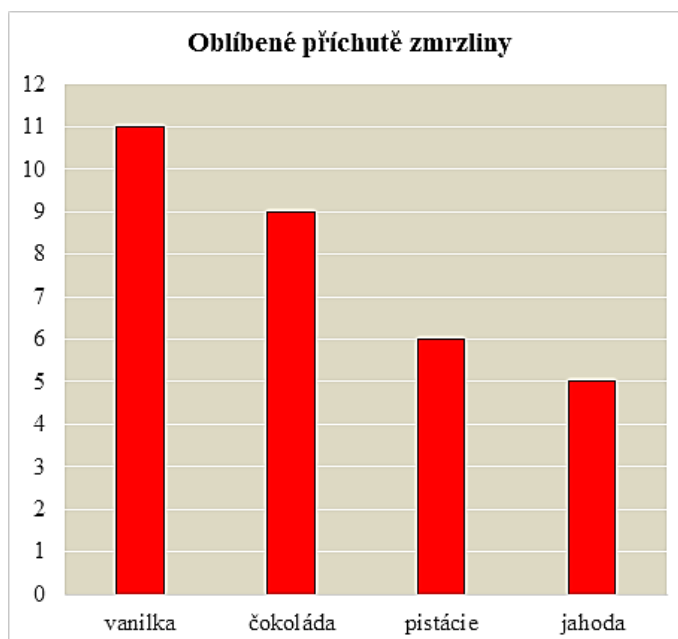
b) 12

5. Petr prodával ve stánku na koupališti zmrzlinu. Během jedné hodiny prodal zmrzliny, které měly následující příchutě. Určete:

a) která příchut' je nejméně oblíbená

b) kolik prodal zmrzlin s čokoládovou příchutí

c) kolik zmrzlin během hodiny prodal



Graf 12. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 5 – zadání

Řešení:

a) jahodová

b) 12

c) 31

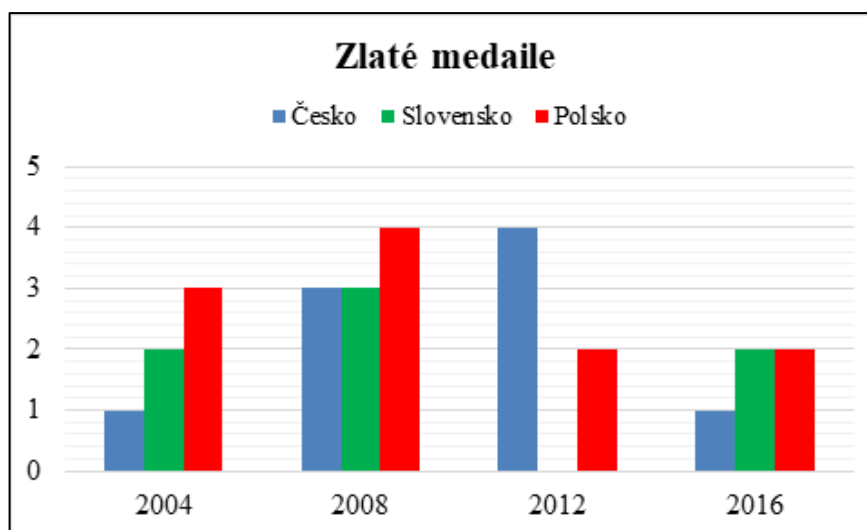
6. V jídelně nakoupili zeleninu. Z grafu určete:

a) kolik nakoupili kg rajčat

b) kolik kg zeleniny nakoupili

c) o kolik kg papriky nakoupili méně než rajčat

d) o kolik medailí získalo Polsko více než Česko v roce 2004



Graf 15. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 8 – zadání

Řešení:

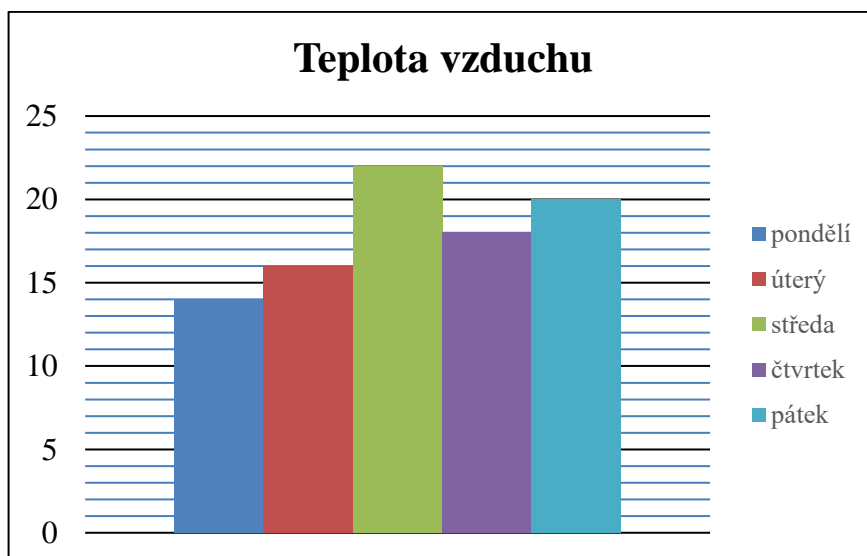
a) 3

b) 3

c) 9

c) o 2

9. Určete průměrnou teplotu vzduchu, kterou žáci naměřili v daném týdnu.

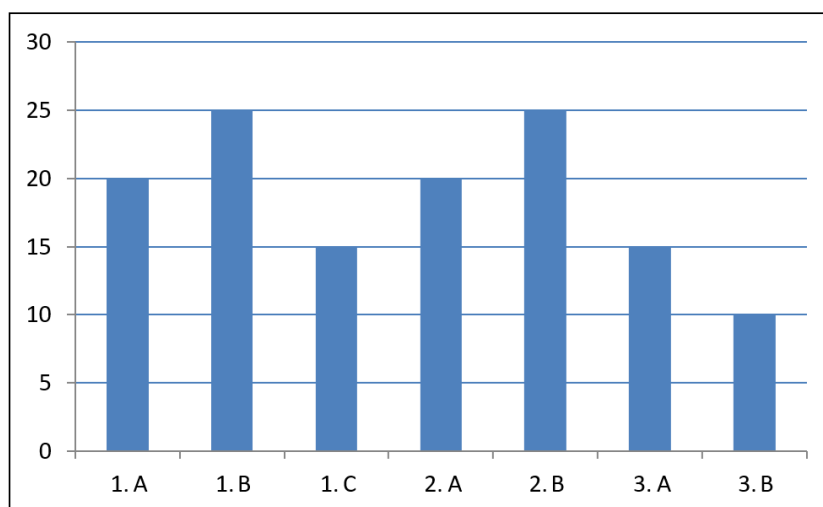


Graf 16. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 9 – zadání

Řešení:

18 °C

10. Ze sloupcového grafu zjistěte, kolik žáků chodí do jednotlivých tříd, a údaje zapište do tabulky.



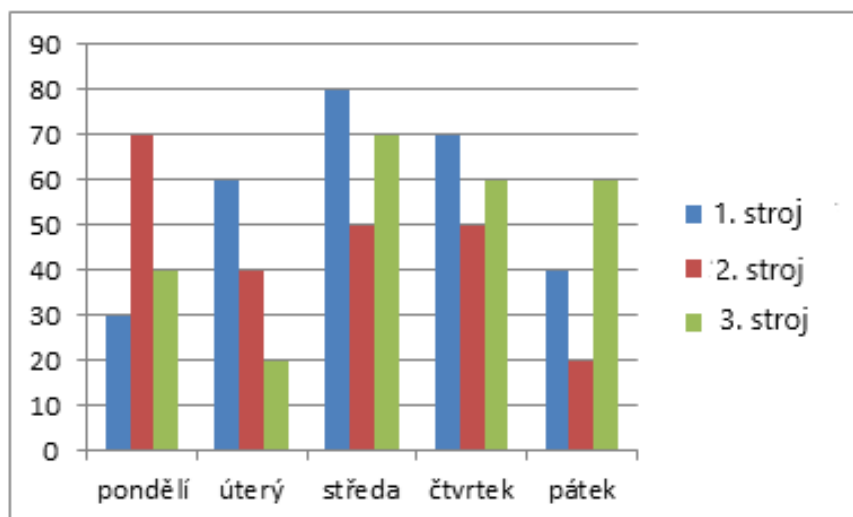
Graf 17. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 10 – zadání

Řešení:

Tabulka 6. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 10 – řešení

Třída	1. A	1. B	1. C	2. A	2. B	3. A	3. B
Počet žáků	20	25	15	20	25	15	10

11. Obsluha tří NC strojů měla za úkol vyrobit za týden co nejvíce výrobků. O kolik výrobků vyrobil ve čtvrtek první NC stroj více než druhý? Kolik výrobků vyrobil každý NC stroj?



Graf 18. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 11 – zadání

Řešení:

Ve čtvrtek první stroj vyrobil o 20 výrobků více než druhý stroj.

Počet výrobků: první stroj – 280

druhý stroj – 230

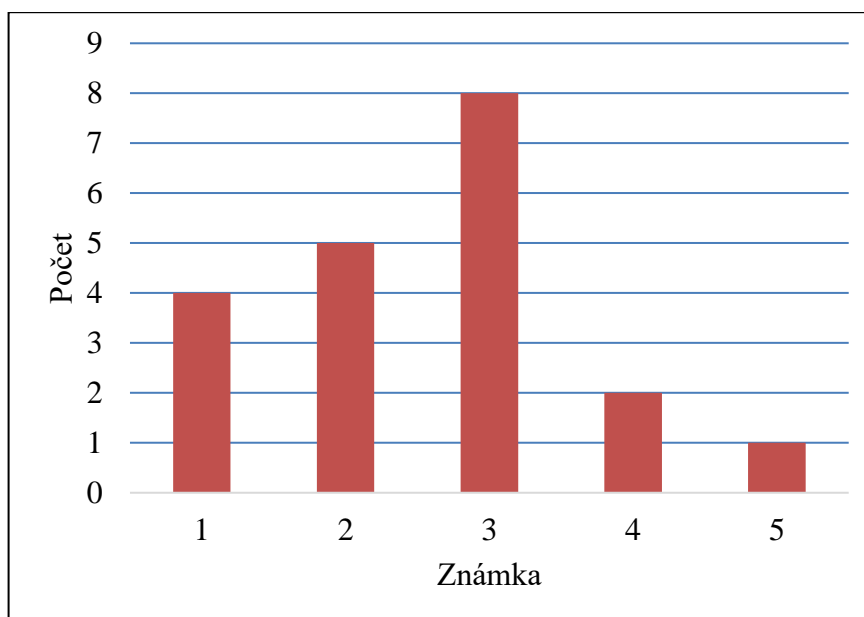
třetí stroj – 250

12. V hodině matematiky obdrželi žáci třídy následující známky z písemné práce: 4 jedničky, 5 dvojek, 8 trojek, 2 čtyřky a jednu pětku. Vytvořte tabulku obdržených známek a zkuste sestavit ze získaných údajů sloupcový a kruhový graf.

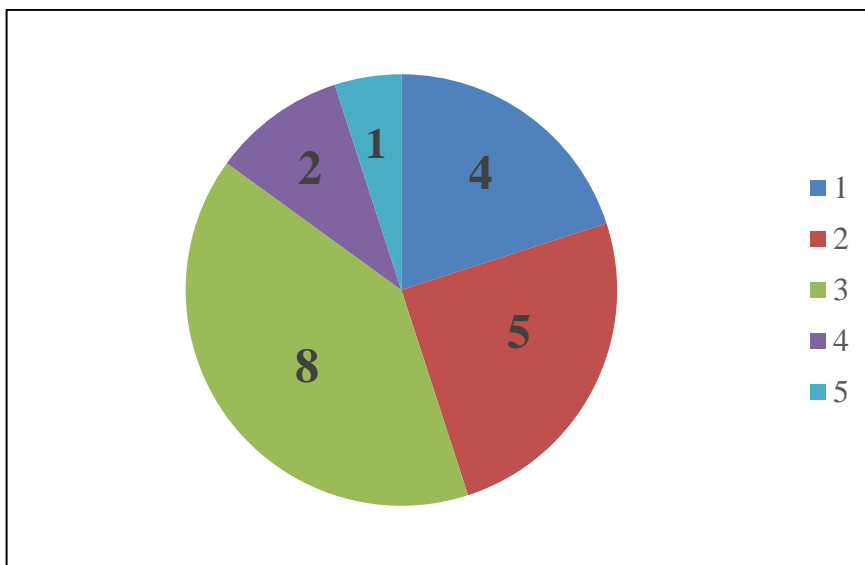
Řešení:

Tabulka 7. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 12 – řešení

Známka	1	2	3	4	5
Počet	4	5	8	2	1



Graf 19. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 12/1 – řešení



Graf 20. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 12/2 – řešení

13. Ve školním sadu sklídili 400 kg ovoce. Z daného grafu určete úrodu jednotlivých druhů ovoce.

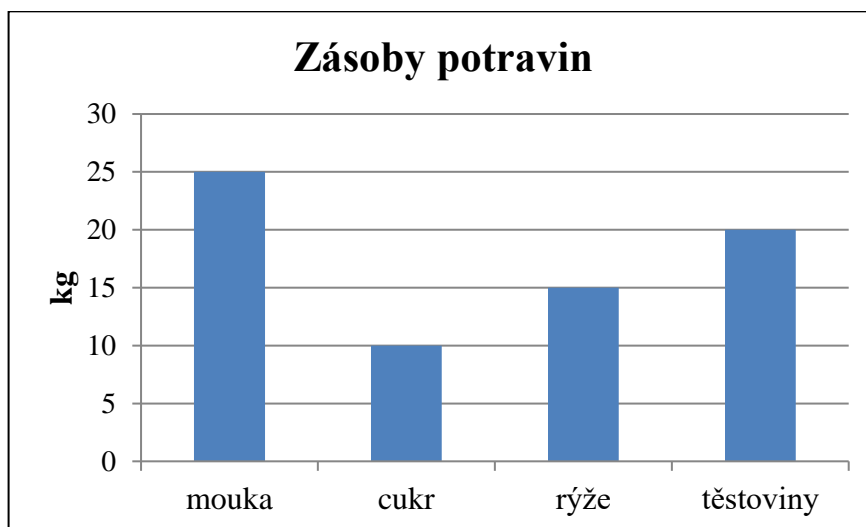


Graf 21. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 13 – zadání

Řešení:

třešně – 200 kg jablka – 100 kg hrušky – 60 kg švestky – 40 kg

14. Ve skladu školní jídelny jsou uloženy potraviny, které jsou zobrazeny na grafu. Určete, kolik kg jednotlivých potravin je ve skladu.

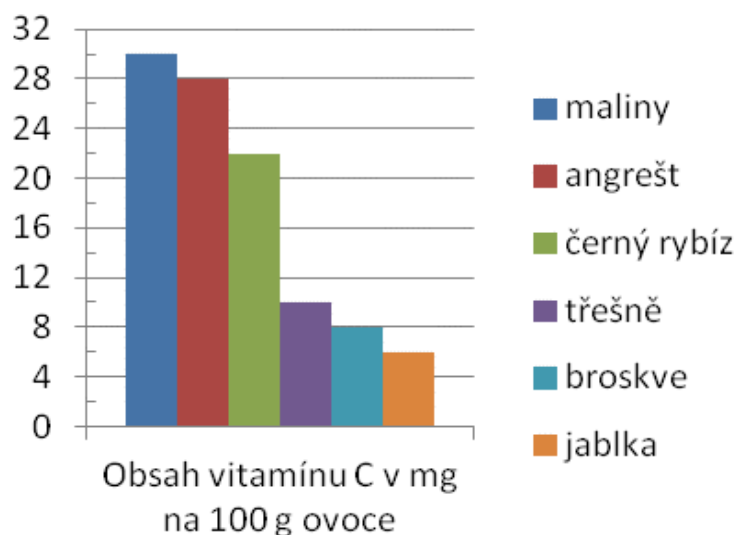


Graf 22. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 14 – zadání

Řešení:

mouka – 25 kg cukr – 10 kg rýže – 15 kg těstoviny – 20 kg

15. Sloupkový diagram znázorňuje obsah vitamínu C ve 100 g jednotlivých druhů ovoce (1 g = 1 000 mg) zaokrouhlený na celé mg. Karel snědl 400 g angreštu a 300 g třešní. Kolik vitamínu C bylo dohromady v uvedeném množství ovoce?

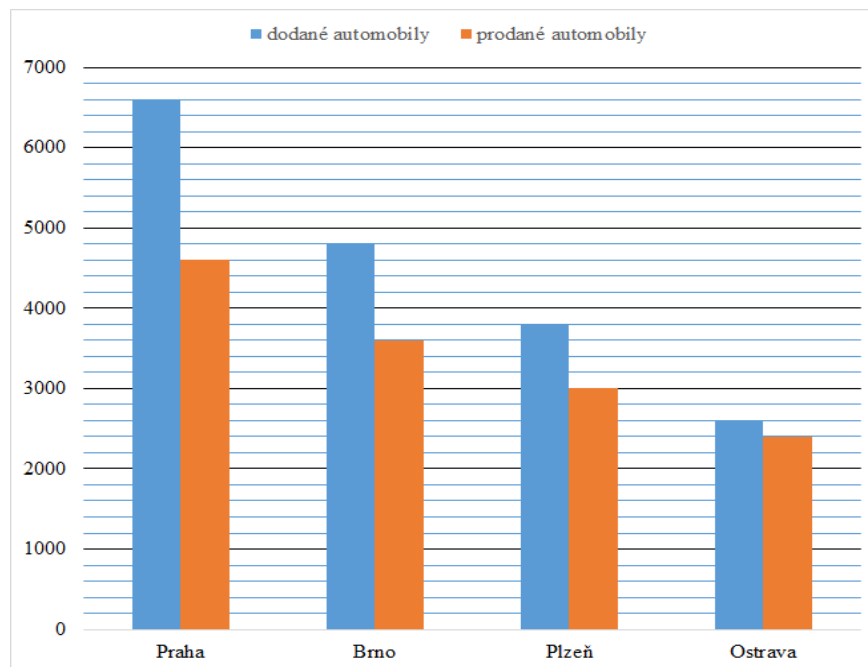


Graf 23. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 15 – zadání

Řešení:

142 mg

16. Výrobce automobilů dodal během roku do čtyř měst své automobily. Odečtete z daného grafu, kolik automobilů dodal a kolik se jich prodalo.



Graf 24. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 16 – zadání

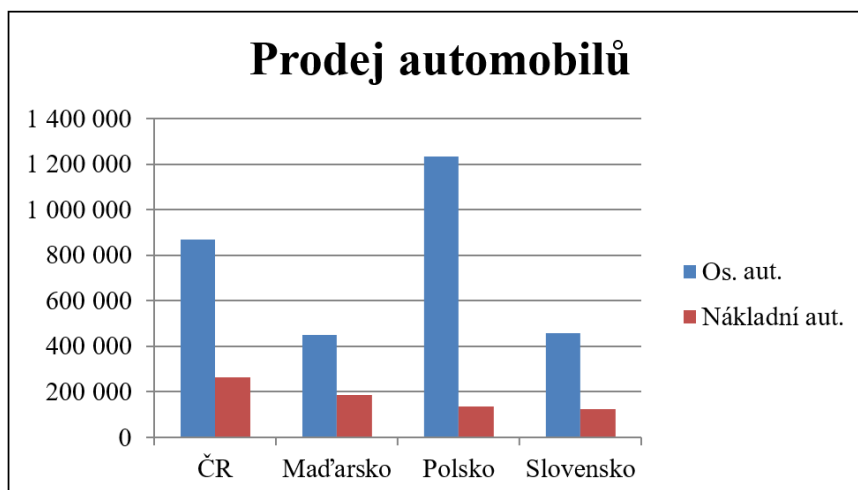
Řešení:

Výrobce dodal 17 800 automobilů, prodalo se jich 13 600.

17. Následující tabulka a graf ukazují, kolik osobních a nákladních automobilů se prodalo v roce 2018 v zemích V4 (Česká republika, Maďarsko, Polsko, Slovensko). Určete, kolik automobilů se prodalo v jednotlivých zemích a kolik automobilů se prodalo celkem v zemích V4.

Tabulka 8. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 17 – zadání

Země	osobní automobily	nákladní automobily
ČR	870 000	265 400
Maďarsko	450 000	187 000
Polsko	1 235 000	135 400
Slovensko	458 000	123 900

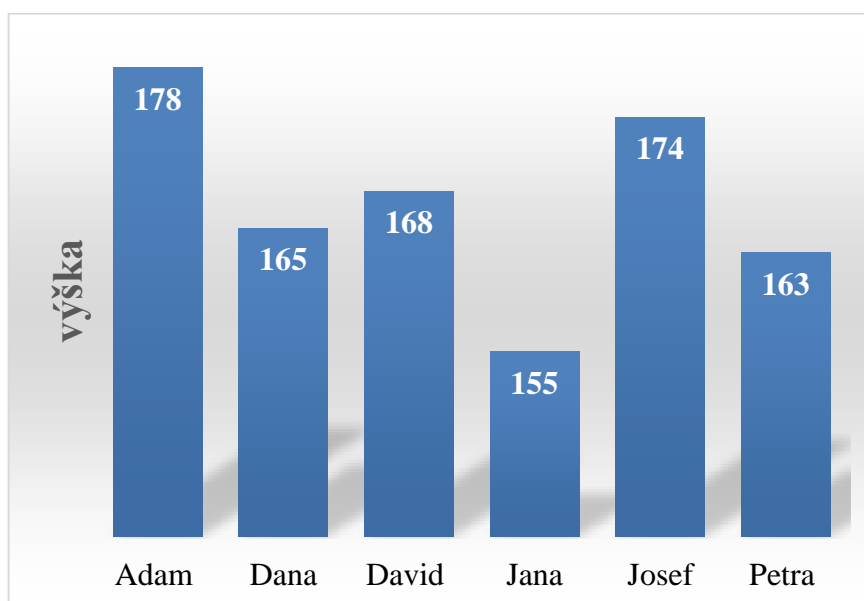


Graf 25. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 17 – zadání

Řešení

V ČR se prodalo 1 135 400 aut, v Maďarsku 637 000, v Polsku 1 370 400, na Slovensku 581 900. Celkem se v zemích V4 prodalo 3 724 700 aut.

18. V následujícím grafu jsou naměřené výšky žáků, kteří chodí do sportovního kroužku. Určete, jakou průměrnou výšku mají chlapci a jakou průměrnou výšku mají děvčata.

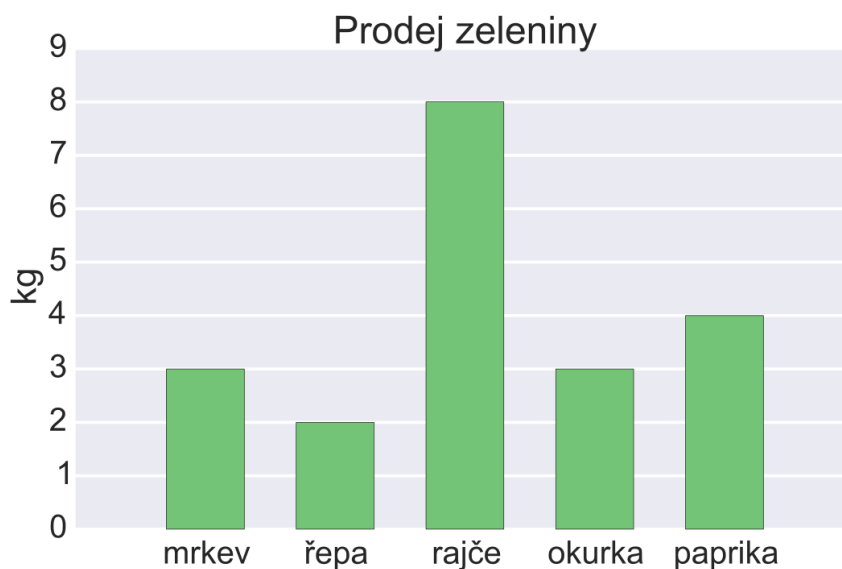


Graf 26. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 18 – zadání

Řešení:

Průměrná výška chlapců je asi 173,3 cm a průměrná výška dívek je 161 cm.

19. Na školním statku se pěstovala zelenina, kterou škola prodávala na farmářských trzích. Určete, kolik kilogramů zeleniny se prodalo a kolik škola utržila, jestliže si za jeden kilogram zeleniny účtovala následující částky: mrkev 4 Kč, řepa 5 Kč, rajčata 35 Kč, okurky 15 Kč, papriky 45 Kč.



Graf 27. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 19 – zadání

Řešení:

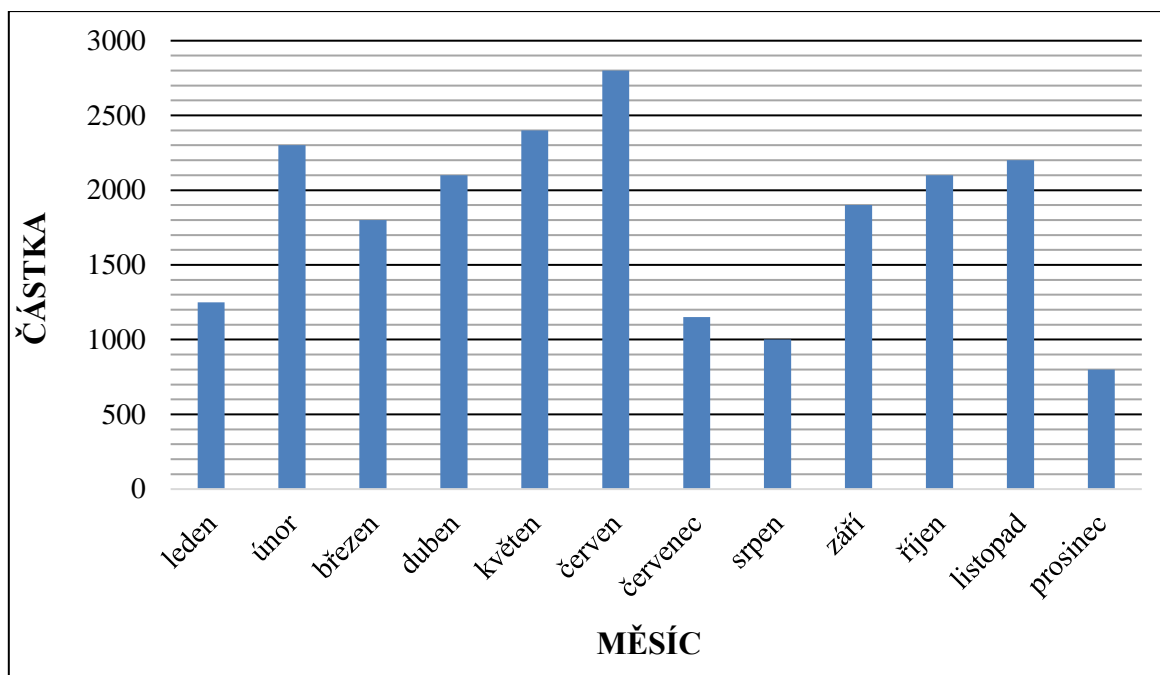
Prodalo se 20 kg zeleniny a utržili 527 Kč.

20. V tabulce jsou úspory rodiny v jednotlivých měsících roku 2017. Na základě dat z tabulky sestrojte sloupcový graf popisující velikost úspor dle měsíců a porovnejte jednotlivé částky.

Tabulka 9. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 20 – zadání

leden	únor	březen	duben	květen	červen
1 250	2 300	1 800	2 100	2 400	2 800
červenec	srpen	září	říjen	listopad	prosinec
1 150	1 000	1 900	2 100	2 200	800

Řešení:



Graf 28. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 20 – řešení

Nejvíce uspořili v měsíci červnu a nejméně v prosinci. Celková uspořená částka za rok je 21 800 Kč.

21. V prodejně prodávají ručníky, utěrky a žínky. Doplňte tabulku a odpovězte na dané otázky:

- Jaká byla celková tržba?
- Za které zboží utržili nejvíce?
- Kolik prodali kusů?

Tabulka 10. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 21 – zadání

Druh	Cena za 1 ks	Prodaných kusů	Celková cena
Ručník	50	6	
Utěrka	40	12	
Žínka	30	10	
Celkem	----		

Řešení:

Tabulka 11. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 21 – řešení

Druh	Cena za 1 ks	Prodaných kusů	Celková cena
Ručník	50	6	300
Utěrka	40	12	480
Žínka	30	10	300
Celkem	----	28	1 080

a) 1 080

b) za utěrky

c) 28

22. Na polici je 5 stejných hrníčků. U nich je cena za 1 kus 20 Kč. Kolik Kč bude stát 15 hrníčků?

Řešení:

300 Kč

23. Petr si ušetří každý týden 50 Kč z kapesného. Vypočítejte, kolik Kč ušetří za 1, 2, 4, 7, 9, 12 týdnů, a výsledky zakreslete do grafu.

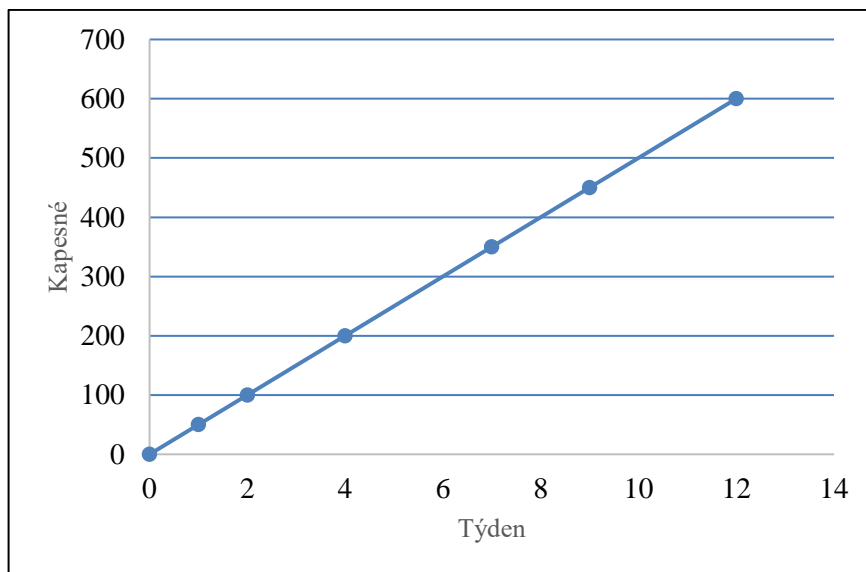
Tabulka 12. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 23 – zadání

Týden	1	2	4	7	9	12
Kapesné						

Řešení:

Tabulka 13. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 23 – řešení

Týden	1	2	4	7	9	12
Kapesné	50	100	200	350	450	600



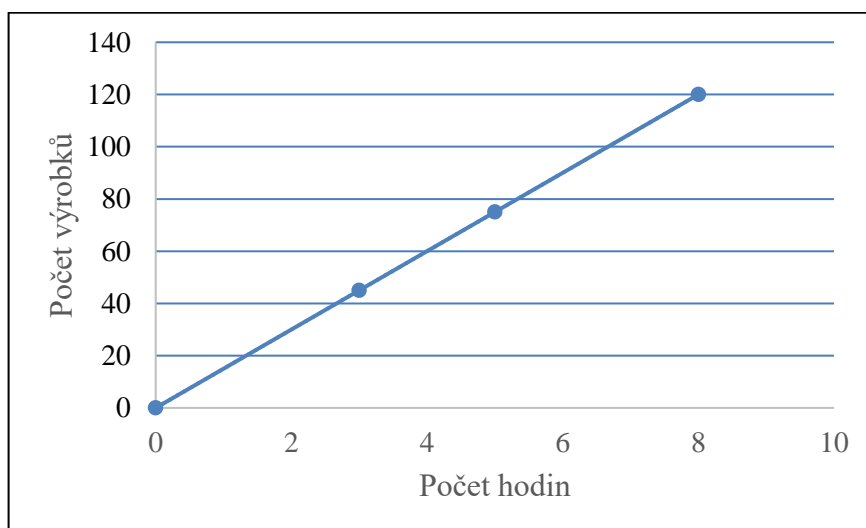
Graf 29. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 23 – řešení

24. Stroj vyrobí za hodinu 15 výrobků. Kolik výrobků vyrobí za 3, 5 a 8 hodin? Vytvořte tabulku a sestrojte graf.

Řešení:

Tabulka 14. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 24 – řešení

Počet hodin	3	5	8
Počet výrobků	45	75	120



Graf 30. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 24 – řešení

25. Automobil spotřebuje na 100 km 6 l benzínu. Doplňte tabulku a sestrojte graf přímé úměrnosti.

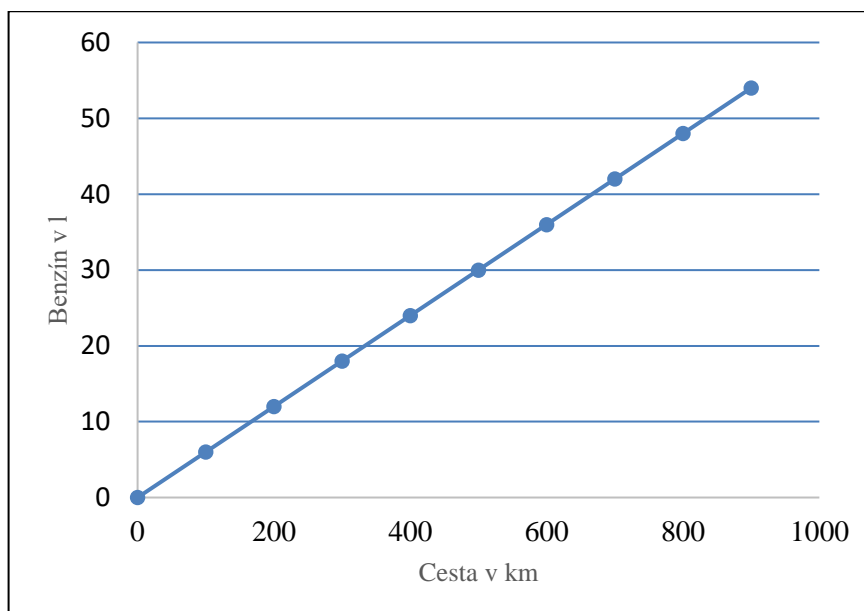
Tabulka 15. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 25 – zadání

Cesta v km	100	200	300	400	500	600	700	800	900
Benzín v l	6								

Řešení:

Tabulka 16. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 25 – řešení

Cesta v km	100	200	300	400	500	600	700	800	900
Benzín v l	6	12	18	24	30	36	42	48	54



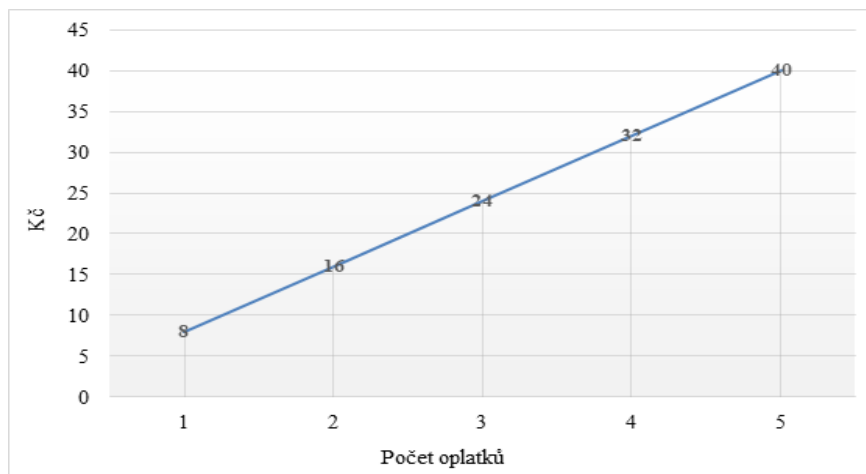
Graf 31. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 25 – řešení

26. Víte, že 4 oplatky stojí 32 Kč. Zapište do tabulky, kolik Kč stojí 1, 2, 3, 5 oplatků, a zkuste sestrojit graf.

Řešení:

Tabulka 17. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 26 – řešení

Počet oplatků	1	2	3	5
Kč	8	16	24	40



Graf 32. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 26 – řešení

27. Za kolik minut urazí cyklista, který jede rychlostí $15 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, dráhu 45 km?

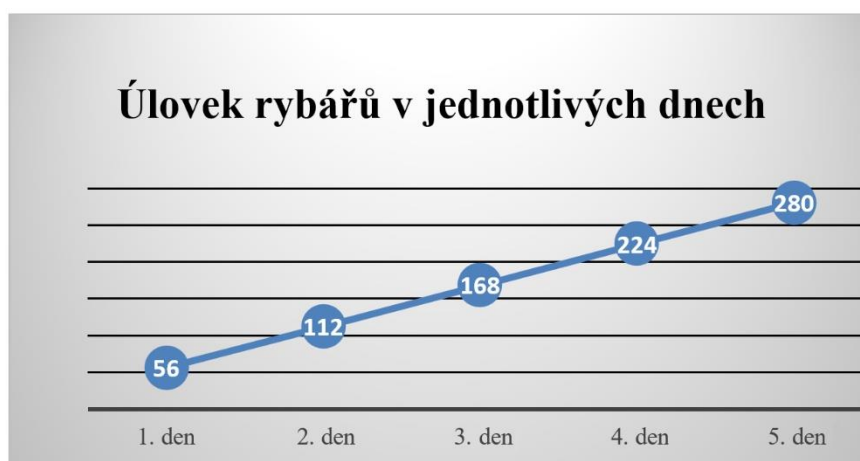
Řešení:

3 hodiny = 180 minut

28. Rybář ulovil za 1 den 14 ryb. Kolik ryb uloví 4 rybáři za 5 dní, jestliže počítáme, že každý den uloví stejné množství ryb? Sestrojte graf přímé úměrnosti.

Řešení:

Čtyři rybáři za pět dní uloví 280 ryb.

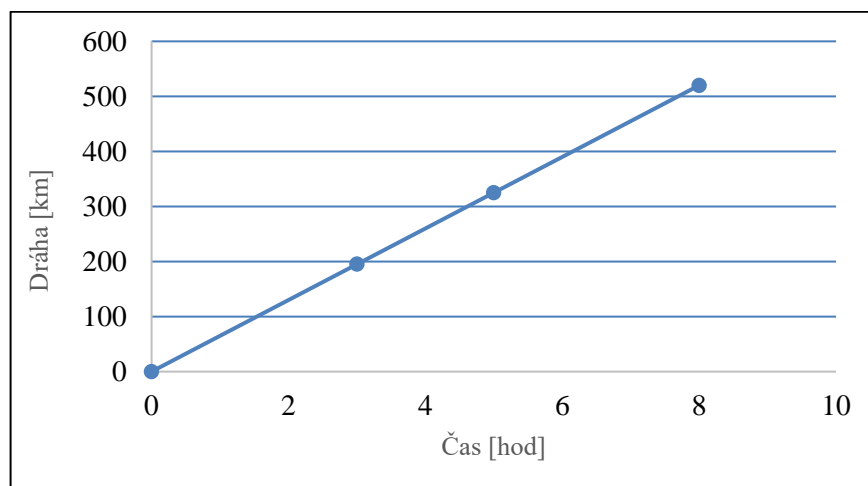


Graf 33. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 28 – řešení

29. Loď urazí za hodinu 65 km. Kolik km urazí za 3, 5 a 8 hodin? Sestrojte graf závislosti uražené vzdálenosti na čase.

Řešení:

Za tři hodiny loď urazí 195 km, za pět hodin 325 km a za osm hodin 520 km.



Graf 34. Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 29 – řešení

30. Čerpadlem o výkonu 15 litrů za sekundu se naplní nádrž za 2 hodiny. Za jak dlouho se naplní nádrž čerpadlem o výkonu 20 litrů za sekundu?

Řešení:

Nádrž se naplní za 1,5 hodiny (za 1 hodinu a 30 minut).

31. V dílně se má vyrobit za 5 dní 2 000 výrobků. Kolik výrobků se musí vyrobit za 1 den a kolik za hodinu, jestliže pracovní směna má 8 hodin?

Řešení:

Za jeden den se vyrobí 400 výrobků a za jednu hodinu 50 výrobků.

32. Patnáct metrů látky stojí 1800 Kč. Kolik zaplatíte za 20 m téže látky? Kolik metrů látky koupíte?

Řešení:

Za 20 metrů látky se zaplatí 2 400 Kč. Za 480 Kč koupíme 4 metry látky.

33. Do ozubeného kola o 30 zubech zapadá jiné kolo, které má 15 zubů. Kolikrát se otočí druhé kolo, otočí-li se první kolo pětkrát?

Řešení:

desetkrát

5 Geometrie v rovině

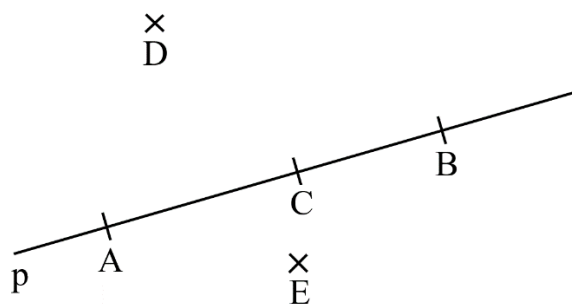
5.1 Základní pojmy

Žák:

- užívá pojmy: bod, přímka, polopřímka, úsečka, úhel, rovina, polorovina, rovinný útvar;
- rozezná trojúhelník, čtyřúhelník, mnohoúhelník, kružnici, kruh, kruhovou úseč, kruhovou výseč;
- určí velikost úhlu pomocí úhломěru;
- charakterizuje útvary v rovině pomocí počtu vrcholů a stran, velikostí stran, rovnoběžnosti a kolmosti stran;
- určí vzájemnou polohu bodů, přímek a kružnic;
- určí vzdálenost: dvou bodů (délku úsečky), bodu od přímky, dvou rovnoběžek.

5.1.1 Průpravné úlohy

1. Je dána přímka p a body A, B, C, D, E. Určete vzájemnou polohu přímky p a bodů A, B, C, D, E.

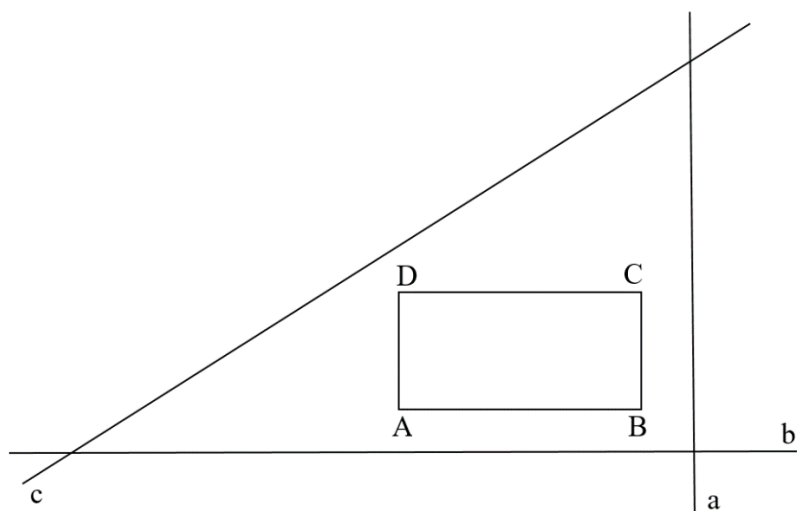


Obrázek 27. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 1 – zadání

Řešení:

Body A, B, C leží na přímce p , body D, E na přímce p neleží.

2. Jsou dány přímky a , b , c a obdélník ABCD. Určete přímky, které jsou navzájem rovnoběžné a kolmé.



Obrázek 28. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 2 – zadání

Řešení:

Navzájem rovnoběžné přímky: $AB, DC, b; AD, BC, a$

Navzájem kolmé přímky: $a, b; AD, b; BC, b; AB, AD; AB, BC; AB, a; CD, a$

3. Jsou dány body K, L, M. Určete navzájem opačné polopřímky.

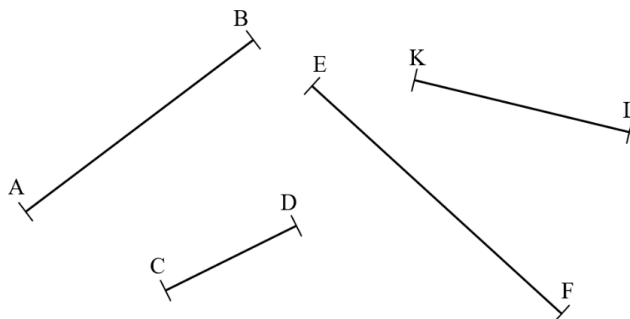


Obrázek 29. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 3 – zadání

Řešení:

Opačné polopřímky LM a LK.

4. Jsou dány úsečky AB, CD, EF, KL. Změřte jejich délky a seřadte je od nejmenší po největší.

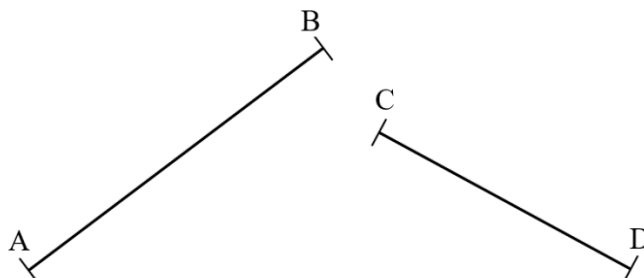


Obrázek 30. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 4 – zadání

Řešení:

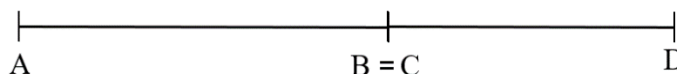
Úsečky podle velikosti: CD, KL, AB, EF

5. Sečtěte graficky úsečky AB a CD.



Obrázek 31. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 5 – zadání

Řešení:



Obrázek 32. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 5 – řešení

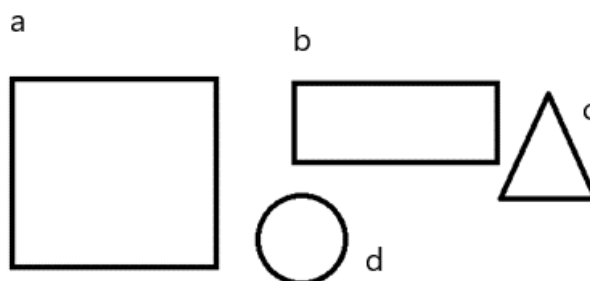
6. Jsou dány úsečky AB o délce 8 cm a CD o délce 5 cm. Určete součet a rozdíl úseček $CD + AB$ a $CD - AB$.

Řešení:

$$|AB| + |CD| = 8 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$$

$$|AB| - |CD| = 8 \text{ cm} - 5 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

7. Na obrázku máte několik základních rovinných obrazců. Určete, o jaké obrazce se jedná, a pokuste se vyjmenovat jejich základní vlastnosti:

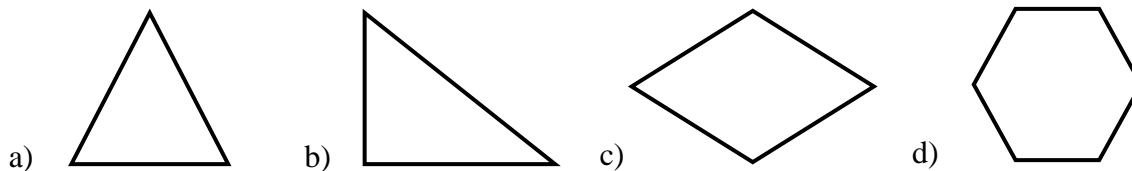


Obrázek 33. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 7 – zadání

Řešení:

- a) čtverec b) obdélník c) trojúhelník d) kruh

8. Určete, jaké obrazce jsou na obrázku, a popište je.



Obrázek 34. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 8 – zadání

Řešení:

- a) rovnoramenný trojúhelník b) pravoúhlý trojúhelník c) kosodélník d) šestiúhelník

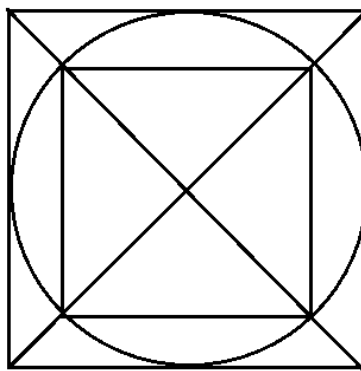
9. V trojúhelníku ABC je $\alpha = 10^\circ$, $\beta = 50^\circ$. Je trojúhelník ABC pravoúhlý?

Řešení:

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 10^\circ - 50^\circ = 120^\circ$$

Trojúhelník ABC není pravoúhlý.

10. Určete, kolik je na daném obrázku čtverců, kružnic a trojúhelníků.

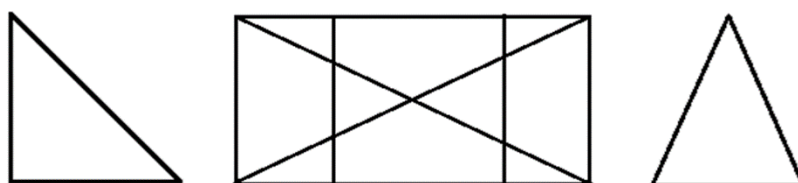


Obrázek 35. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 10 – zadání

Řešení:

2 čtverce, 12 trojúhelníků, 1 kružnice

11. Určete a pojmenujte všechny obrazce, které jsou na obrázku. Spočítejte počet čtverců, obdélníků a trojúhelníků.

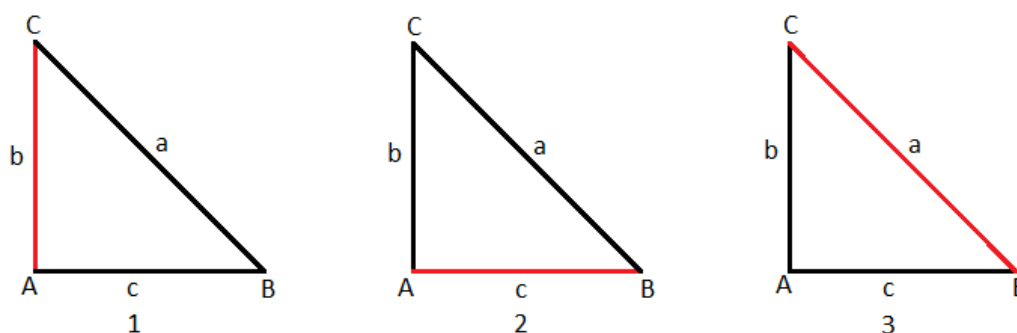


Obrázek 36. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 11 – zadání

Řešení:

pravoúhlý trojúhelník, obdélník (5 obdélníků, čtverec, 12 pravoúhlých trojúhelníků, 6 rovnoramenných trojúhelníků), rovnoramenný trojúhelník

12. V daných pravoúhlých trojúhelnících pojmenujte červeně označené strany.



Obrázek 37. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 12 – zadání

Řešení:

1 – b je odvěsna, 2 – c je odvěsna, 3 – a je přepona

13. V pravoúhlém trojúhelníku ABC je úhel $\alpha = 30^\circ$. Určete zbývající dva úhly.

Řešení:

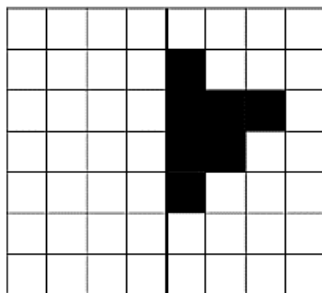
$\gamma = 90^\circ$, $\beta = 60^\circ$

14. V trojúhelníku ABC jsou dány úhly $\alpha = 40^\circ$, $\beta = 60^\circ$. Určete zbývající úhel.

Řešení:

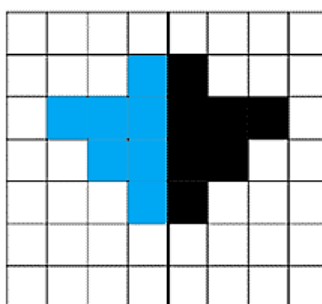
$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$

15. K útvaru ve čtvercové síti sestrojte útvar, který je s ním souměrný podle vyznačené osy.



Obrázek 38. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 15 – zadání

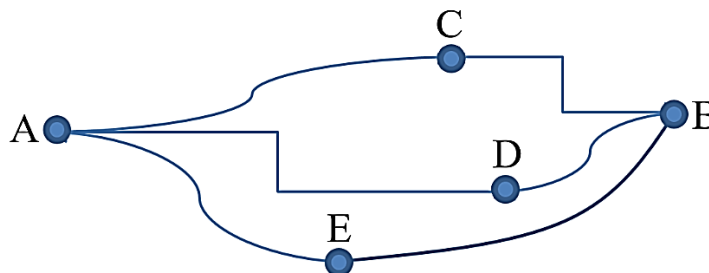
Řešení:



Obrázek 39. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 15 – řešení

5.1.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem

1. Najděte ve svém okolí (třída, škola, praktický výcvik, domácnost, obec) základní geometrické útvary a popište je.
2. Pavel chodí každý den po vyučování na trénink. Může si vybrat ze tří cest. Buď může jít parkem (C) nebo kolem obchodu (D) nebo kolem nádraží (E). Určete, která cesta ze školy (A) na hřiště (B) je nejkratší, jestliže pro vzdálenosti v km platí: $|AC| = 2$; $|CB| = 3$; $|AD| = 2,5$; $|DB| = 2,6$; $|AE| = 3$; $|EB| = 2,2$.



Obrázek 40. Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 15 – zadání

Řešení:

Cesta přes park je nejkratší.

3. Doprostřed police, která má délku 150 cm, umístíte krabici ve tvaru krychle, která má stranu $a = 80$ cm. Vypočítejte, kolik cm bude krabice vzdálena od okrajů police.

Řešení:

$$150 \text{ cm} - 80 \text{ cm} = 70 \text{ cm}$$

$$70 \text{ cm} : 2 = 35 \text{ cm}$$

Krabice je vzdálena od okrajů police 35 cm.

4. Žáci v truhlárně dostali za úkol vyrobít žebřík o délce 4 m, který bude mít příčky o délce 40 cm, které jsou od sebe vzdáleny 30 cm. Mají k dispozici dvě prkna dlouhá 4 m na nohy žebříku a latě čtvercového průřezu o straně 5 cm na výrobu příček, které mají délku 3 m. Vypočítejte:
- Kolik příček bude mít žebřík.
 - Kolik latí budou potřebovat na výrobu příček.
 - Jak velký bude odpad.

Řešení:

- a) na jednu příčku musíme počítat délku 35 cm (mezera + příčka) $\Rightarrow 400 \text{ cm} : 35 = 11,4$
Žebřík bude mít 11 příček.

b) $300 \text{ cm} : 40 \text{ cm} = 7,5$

Z jedné latě se vyrobí 7 příček, proto jsou potřeba 2 latě.

- c) Z první latě zůstane 20 cm. Z druhé latě nám zbude 140 cm.

5. Záhon ve tvaru obdélníku je potřeba ohraničit obrubníkem. Určete délku obrubníku, jestliže záhon má rozměry 8 m a 3 m. (Šířku obrubníku nebereme v úvahu.)

Řešení:

$$2 \cdot 8 \text{ m} + 2 \cdot 3 \text{ m} = 16 \text{ m} + 6 \text{ m} = 22 \text{ m}$$

Obrubník bude mít vnitřní délku 22 m.

6. Truhlář má olištovat stůl, který má rozměry 1,25 m a 0,85 m. Určete délku lišty, kterou bude potřebovat, a jaký bude odpad. (Na skladě jsou lišty dlouhé 2 m o šířce 1 cm.)

Řešení:

Na delší stranu bude potřebovat dvě lišty dlouhé 1,25 m, na kratší stranu dvě lišty dlouhé 0,87 m (na spojení lišt potřebuje z každé strany 1 cm).

$$2 \cdot 1,25 + 2 \cdot 0,87 \text{ m} = 2,5 \text{ m} + 1,74 \text{ m} = 4,24 \text{ m}$$

$$2 \text{ m} - 1,25 \text{ m} = 0,75 \text{ m}$$

$$2 \text{ m} - 1,74 \text{ m} = 0,26 \text{ m}$$

Délka olištování je 4,24 m. Odpad tvoří dvě lišty dlouhé 0,75 m a jedna lišta dlouhá 0,26 m.

7. V pokoji o rozměrech 4,8 m a 3,5 m se pokládá plovoucí podlaha. Jedna deska má délku 1 m a šířku 0,5 m.
- Kolik desek budete potřebovat k položení podlahy?
 - Jaká bude cena podlahy, jestliže 1 m² stojí 303 Kč?

Řešení:

a) Na podlahu bude potřeba $4,5 \cdot 3,5 : 0,5 = 31,5$ desky (desky na poslední řadu musíme přepůlit). Potřebujeme tedy 32 desek o ploše $32 \cdot 1 \cdot 0,5 = 16 \text{ m}^2$.

b) Cena podlahy je tedy $16 \cdot 303 \text{ Kč} = 4\,848 \text{ Kč}$.

8. Obvod pole, které má tvar rovnoramenného trojúhelníku, je 220 m. Jeho jedna strana je o 10 m delší než zbývající dvě. Určete rozměry pole.

Řešení:

1. strana: $x \text{ m}$

2. strana: $x \text{ m}$

3. strana: $(x + 10) \text{ m}$

$$o = 1. \text{ strana} + 2. \text{ strana} + 3. \text{ strana} \quad \Rightarrow \quad 220 \text{ m} = x \text{ m} + x \text{ m} + (x + 10) \text{ m}$$

$$\Rightarrow 220 = 3x + 10 \quad \Rightarrow \quad 3x = 210 \quad \Rightarrow \quad x = 70 \text{ m}$$

Pole má rozměry 70 m, 70 m a 80 m.

9. Na plaveckých závodech, které se konají na rybníce, vytyčili trať ve tvaru nepravidelného pětiúhelníku. Jeho první strana měří 32,5 m, druhá strana 48 m, třetí strana je o 1,20 m kratší než druhá strana, čtvrtá strana měří 61,5 m a pátá strana je o 12,3 m delší než čtvrtá strana. Vypočítejte, jak dlouhou trať musí závodníci uplavat.

Řešení:

$$32,5 \text{ m} + 48 \text{ m} + (48 \text{ m} - 1,20 \text{ m}) + 61,5 \text{ m} + (61,5 \text{ m} + 12,3 \text{ m}) = 262,6 \text{ m}$$

Závodníci musí uplavat 262,6 m.

10. Švadlena má olemovat 10 obdélníkových pásů o rozměrech 150 cm a 90 cm. Kolik metrů lemovky bude potřebovat?

Řešení:

$$1 \text{ pás: } 2 \cdot (150 \text{ cm} + 90 \text{ cm}) = 480 \text{ cm} \qquad 10 \text{ pásů: } 4,8 \text{ m} \cdot 10 = 48 \text{ m}$$

Švadlena bude potřebovat 48 m lemovky.

11. Zahrada má tvar obdélníku o rozměrech 17,5 m a 12,5 m. Kolik metrů pletiva budete potřebovat, jestliže budete počítat s brankou, která má šířku 1,2 m, a s vraty o šířce 3,5 m?

Řešení:

$$2 \cdot (17,5 \text{ m} + 12,5 \text{ m}) - 1,2 \text{ m} - 3,5 \text{ m} = 55,3 \text{ m}$$

Bude potřeba 55,3 m pletiva.

12. Obraz má tvar čtverce o straně 65 cm. Kolik metrů lišty široké 1,5 cm budete potřebovat na jeho orámování?

Řešení:

$$2 \cdot 65 \text{ cm} + 2 \cdot (65 \text{ cm} + 3 \text{ cm}) = 266 \text{ cm} = 2,66 \text{ m}$$

Na orámování bude potřeba 2,66 m lišty.

5.2 Obvody a obsahy útvarů v rovině

Žák:

- určí výpočtem obvod a obsah trojúhelníku, čtverce, obdélníku, lichoběžníku a rovinných útvarů z nich složených;
- využije vztahy pro výpočet obvodu a obsahu kruhu (používá přibližnou hodnotu čísla π);
- použije a převádí jednotky délky (mm, cm, dm, m, km);
- použije a převádí jednotky obsahu (mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2 , km^2 , a, ha).

5.2.1 Průpravné úlohy

1. Převed'te na uvedené jednotky délky:

- | | | |
|----------------------|--------------------|--------------------|
| a) 15 cm = dm | 140 mm = cm | 65 dm = m |
| 2 m = cm | 130 mm = dm | |
| b) 753 mm = cm | 647 cm = dm | 8 765 dm = m |
| 24 200 m = km | 0,423 m = cm | |
| c) 2 mm = cm | 2 mm = dm | 2 mm = m |

Řešení:

- | | | |
|---------------------|-------------------|--------------------|
| a) 15 cm = 1,5 dm | 140 mm = 14 cm | 65 dm = 6,5 m |
| 2 m = 200 cm | 130 mm = 1,3 dm | |
| b) 753 mm = 75,3 cm | 647 cm = 64,7 dm | 8 765 dm = 87,65 m |
| 24 200 m = 24,2 km | 0,423 m = 42,3 cm | |
| c) 2 mm = 0,2 cm | 2 mm = 0,02 dm | 2 mm = 0,002 m |

2. Převed'te jednotky obsahu na uvedené jednotky:

- | | |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------|
| a) 1 200 mm^2 = cm^2 | 2 400 cm^2 = dm^2 |
| 3 400 dm^2 = m^2 | 23 000 m^2 = a |
| b) 8 543 mm^2 = cm^2 | 67 cm^2 = dm^2 |
| 156 dm^2 = m^2 | 24 ha = m^2 |
| c) 7 550 mm^2 = dm^2 | 3,4 ha = a |

$$25 \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$$

$$340 \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$$

Řešení:

a) $1\,200 \text{ mm}^2 = 12 \text{ cm}^2$

$3\,400 \text{ dm}^2 = 34 \text{ m}^2$

b) $8\,543 \text{ mm}^2 = 85,43 \text{ cm}^2$

$156 \text{ dm}^2 = 1,56 \text{ m}^2$

c) $7\,550 \text{ mm}^2 = 0,755 \text{ dm}^2$

$25 \text{ ha} = 2,5 \text{ km}^2$

$2\,400 \text{ cm}^2 = 24 \text{ dm}^2$

$23\,000 \text{ m}^2 = 230 \text{ a}$

$67 \text{ cm}^2 = 0,67 \text{ dm}^2$

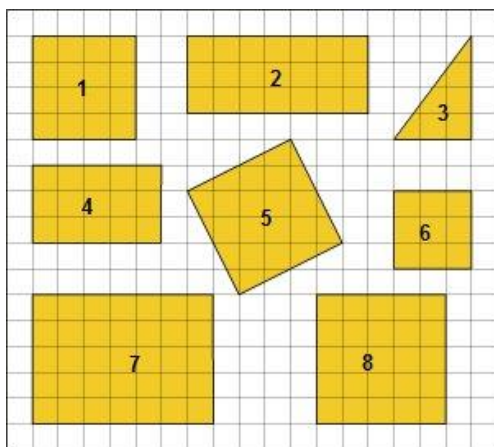
$24 \text{ ha} = 240\,000 \text{ m}^2$

$3,4 \text{ ha} = 340 \text{ a}$

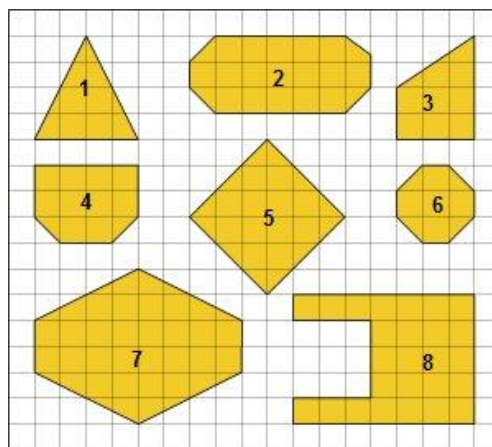
$340 \text{ dm}^2 = 3,4 \text{ m}^2$

3. Pojmenujte obrazce na obrázku a odhadněte jejich obsah, jestliže délka čtverečku sítě odpovídá úsečce o velikosti 1 cm.

a)



b)



Obrázek 41. Obvody a obsahy útvarů v rovině – průpravné úlohy – příklad 3 – zadání

Řešení:

a)

1 čtverec $S = 16 \text{ cm}^2$

2 obdélník $S = 21 \text{ cm}^2$

3 pravoúhlý trojúhelník $S = 6 \text{ cm}^2$

4 obdélník $S = 15 \text{ cm}^2$

5 čtverec $S = 20 \text{ cm}^2$

6 čtverec $S = 9 \text{ cm}^2$

7 obdélník $S = 35 \text{ cm}^2$

8 čtverec $S = 25 \text{ cm}^2$

b)

1 trojúhelník $S = 8 \text{ cm}^2$

2 osmiúhelník $S = 19 \text{ cm}^2$

3 lichoběžník $S = 9 \text{ cm}^2$

5 čtverec $S = 18 \text{ cm}^2$

6 osmiúhelník $S = 7 \text{ cm}^2$

7 šestiúhelník $S = 32 \text{ cm}^2$

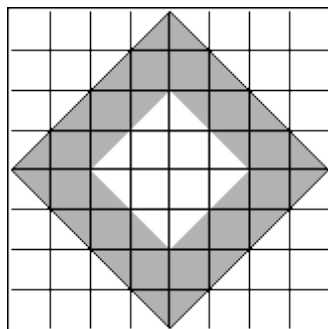
4 šestiúhelník

$$S = 11 \text{ cm}^2$$

8 osmiúhelník

$$S = 26 \text{ cm}^2$$

4. Určete obsah vybarveného obrazce na obrázku, jestliže jeden čtvereček má obsah 1 dm^2 .



Obrázek 42. Obvody a obsahy útvarů v rovině – průpravné úlohy – příklad 4 – zadání

Řešení: 24 dm^2

5. Obdélník má délku $a = 5 \text{ cm}$ a šířku $b = 3 \text{ cm}$. Určete, jak se změní jeho obvod a obsah, jestliže jeho strany budou mít dvojnásobné rozměry.

Řešení:

$$S_1 = a \cdot b$$

$$S_2 = 2a \cdot 2b$$

$$S_1 = (5 \cdot 3) \text{ cm}^2$$

$$S_2 = (10 \cdot 6) \text{ cm}^2$$

$$S_1 = 15 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 60 \text{ cm}^2$$

$$o_1 = 2 \cdot (a + b)$$

$$o_2 = 2 \cdot (2a + 2b)$$

$$o_1 = 2 \cdot (5 \text{ cm} + 3 \text{ cm})$$

$$o_2 = 2 \cdot (10 \text{ cm} + 6 \text{ cm})$$

$$o_1 = 16 \text{ cm}$$

$$o_2 = 32 \text{ cm}$$

Obsah se zvětšil čtyřikrát a obvod dvakrát.

6. Obdélník ABCD má rozměry 4 cm a 6 cm , obdélník KLMN má rozměry 7 cm a 10 cm . Vypočítejte poměr obvodu obdélníku ABCD a obvodu obdélníku KLMN.

Řešení:

$$o_1 = 2 \cdot (a + b)$$

$$o_2 = 2 \cdot (a + b)$$

$$o_1 = 2 \cdot (4 \text{ cm} + 6 \text{ cm})$$

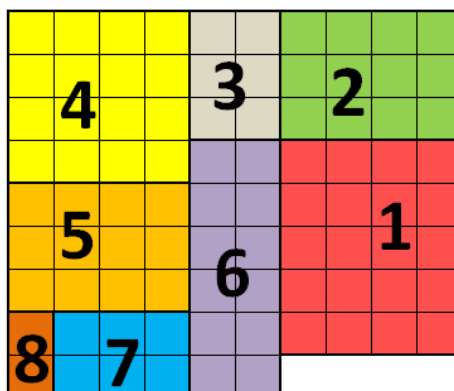
$$o_2 = 2 \cdot (7 \text{ cm} + 10 \text{ cm})$$

$$o_1 = 20 \text{ cm}$$

$$o_2 = 34 \text{ cm}$$

$$o_1 : o_2 = 20 : 34 = 10 : 17$$

7. Na obrázku máte plánec bytu. Vypočítejte obsahy jednotlivých pokojů a obsah celého bytu, jestliže 1 čtvereček = 1 m².



Obrázek 43. Obvody a obsahy útvarů v rovině – průpravné úlohy – příklad 7 – zadání

Řešení:

- | | | | |
|---|----------------------|---|----------------------|
| 1 | $S = 20 \text{ m}^2$ | 5 | $S = 12 \text{ m}^2$ |
| 2 | $S = 12 \text{ m}^2$ | 6 | $S = 12 \text{ m}^2$ |
| 3 | $S = 6 \text{ m}^2$ | 7 | $S = 6 \text{ m}^2$ |
| 4 | $S = 16 \text{ m}^2$ | 8 | $S = 2 \text{ m}^2$ |

$$S_{\text{celkové}} = 86 \text{ m}^2$$

8. Strana a obdélníku ABCD měří 16 cm, strana b je o čtvrtinu kratší. Určete velikost strany b a obvod obdélníku ABCD.

Řešení:

$$a = 16 \text{ cm}$$

$$o = 2 \cdot (16 \text{ cm} + 12 \text{ cm}) = 56 \text{ cm}$$

$$b = a - \frac{1}{4}a = 16 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

9. Trojúhelník ABC má strany $a = 6 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$. Vypočítejte jeho obvod.

Řešení:

$$o = a + b + c = 6 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$$

10. Obvod trojúhelníku je 28 cm. Určete délku zbývající strany, jestliže $a = 12$ cm a $b = 9$ cm.

Řešení:

$$o = a + b + c \Rightarrow c = o - a - b \Rightarrow c = 28 \text{ cm} - 12 \text{ cm} - 9 \text{ cm} = 7 \text{ cm}$$

11. Čtverec má délku strany 4 cm. Obdélník má délku o 2 cm delší, než je strana čtverce, a šířku o 1 cm kratší, než je strana čtverce. Určete součet obsahů obou obrazců.

Řešení:

čtverec:

$$S_1 = a \cdot a$$

$$S_1 = (4 \cdot 4) \text{ cm}^2$$

$$S_1 = 16 \text{ cm}^2$$

$$S_1 + S_2 = 16 \text{ cm}^2 + S_2 = 18 \text{ cm}^2$$

obdélník:

$$S_2 = (a + 2) \cdot (a - 1)$$

$$S_2 = (6 \cdot 3) \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 18 \text{ cm}^2$$

12. Obvod čtverce je 24 cm. Jak velký je jeho obsah?

Řešení:

$$o = 4a$$

$$a = 24 \text{ cm} : 4$$

$$a = 6 \text{ cm}$$

$$S = a^2$$

$$S = 6^2 \text{ cm}^2$$

$$S = 36 \text{ cm}^2$$

13. Obsah čtverce o straně 16 cm je stejný jako obsah obdélníku o šířce 8 cm. Určete obvod obdélníku.

Řešení:

$$S_1 = a_1^2$$

$$S_1 = 16^2 \text{ cm}^2$$

$$S_1 = 256 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = a_2 \cdot b$$

$$256 \text{ cm}^2 = (8 \cdot b) \text{ cm}^2$$

$$b = 32 \text{ cm}$$

$$o_2 = 2 \cdot (a_2 + b_2)$$

$$o_2 = 2 \cdot (8 \text{ cm} + 32 \text{ cm})$$

$$o_2 = 80 \text{ cm}$$

14. Délka jedné strany obdélníku je trojnásobkem délky druhé strany. Jaké jsou rozměry obdélníku, je-li jeho obvod 96 cm?

Řešení:

$$o = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (a + 3a) = 2 \cdot 4a = 8a$$

$$96 \text{ cm} = 8a$$

$$a = 12 \text{ cm} \Rightarrow b = 3 \cdot 12 \text{ cm} = 36 \text{ cm}$$

15. V desce o rozměrech $a = 7 \text{ m}$ a $b = 2 \text{ m}$ byly vyříznuty čtyři otvory ve tvaru čtverce o straně 60 cm . Určete obsah zbylé desky.

Řešení:

$$S_1 = a_1 \cdot b_1$$

$$S_2 = a_2^2$$

$$S = S_1 - 4 \cdot S_2$$

$$S_1 = 7 \text{ m} \cdot 2 \text{ m}$$

$$S_2 = 0,6^2 \text{ m}^2$$

$$S = 14 \text{ m}^2 - 4 \cdot 0,36 \text{ m}^2$$

$$S_1 = 14 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 0,36 \text{ m}^2$$

$$S = 12,56 \text{ m}^2$$

16. Vypočítejte obvod a obsah pravoúhlého trojúhelníku ABC (s pravým úhlem při vrcholu C), je-li $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$ a $c = 5 \text{ cm}$.

Řešení:

$$o = a + b + c$$

$$S = (a \cdot b) : 2$$

$$o = 3 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 5 \text{ cm}$$

$$S = (3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm}) : 2$$

$$o = 12 \text{ cm}$$

$$S = 6 \text{ cm}^2$$

17. Vypočítejte obvod rovnoramenného trojúhelníku ABC, kde $a = b = 130 \text{ mm}$, $c = 5 \text{ cm}$.

Řešení:

$$o = a + b + c = 130 \text{ mm} + 130 \text{ mm} + 5 \text{ cm} = 13 \text{ cm} + 13 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 31 \text{ cm}$$

18. Máte rovnostranný trojúhelník ABC se stranou $a = 5 \text{ cm}$ a rovnoramenný trojúhelník DEF se stranami $d = 4 \text{ cm}$ a $e = f = 6 \text{ cm}$. Vypočtete, o kolik cm je obvod trojúhelníku DEF větší než obvod trojúhelníku ABC.

Řešení:

$$o_1 = a + b + c = 3a = 3 \cdot 5 \text{ cm} = 15 \text{ cm}$$

$$o_2 = d + e + d = 4 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = 16 \text{ cm}$$

$$o_2 - o_1 = 16 \text{ cm} - 15 \text{ cm} = 1 \text{ cm}$$

19. V trojúhelníku ABC měří strana b o 10 cm méně než strana a , strana b je poloviční oproti straně c . Vypočtete délky jednotlivých stran, je-li obvod trojúhelníku 42 cm .

Řešení:

$$\text{strana } a: a \text{ cm}$$

$$\text{strana } b: (a - 10) \text{ cm}$$

$$\text{strana } c: 2 \cdot (a - 10) \text{ cm}$$

$$o = a + b + c = a + (a - 10) + 2 \cdot (a - 10) = 4a - 30$$

$$42 = 4a - 30 \Rightarrow 4a = 72 \Rightarrow a = 18 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow b = a - 10 = 8 \text{ cm} \qquad \Rightarrow c = 2 \cdot (a - 10) = 16 \text{ cm}$$

20. Vypočítejte obvod a obsah kruhu o poloměru $r = 3 \text{ cm}$.

Řešení:

$$o = 2 \cdot \pi \cdot r \qquad S = \pi \cdot r^2$$

$$o = 2 \cdot \pi \cdot 3 \text{ cm} = 18,85 \text{ cm} \qquad S = \pi \cdot (3 \text{ cm})^2 = 28,27 \text{ cm}^2$$

21. Určete průměr a obsah kruhu, je-li jeho obvod 18,85 cm.

Řešení:

$$o = 2 \cdot \pi \cdot r \qquad S = \pi \cdot r^2$$

$$18,85 \text{ cm} = 2 \cdot \pi \cdot r \qquad S = \pi \cdot (3 \text{ cm})^2$$

$$r = 18,85 \text{ cm} : 2 : \pi = 3 \text{ cm} \qquad S = 28,27 \text{ cm}^2$$

$$r = 3 \text{ cm} \Rightarrow d = 6 \text{ cm}$$

22. Rozhodněte, zda jsou shodné trojúhelníky ABC a DEF, jestliže: $a = 5 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 8 \text{ cm}$, $f = 7 \text{ cm}$, $d = 5 \text{ cm}$, $e = 8 \text{ cm}$.

Řešení:

$$a = 5 \text{ cm} \qquad d = 5 \text{ cm}$$

$$b = 7 \text{ cm} \qquad f = 7 \text{ cm} \qquad \Rightarrow \text{jsou shodné}$$

$$c = 8 \text{ cm} \qquad e = 8 \text{ cm}$$

5.2.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem

1. Okrasný záhon má tvar rovnoramenného trojúhelníku o stranách $a = 5 \text{ m}$, $b = c = 7 \text{ m}$. Jaký bude jeho obvod?

Řešení:

$$o = a + b + c = 5 \text{ m} + 7 \text{ m} + 7 \text{ m} = 19 \text{ m}$$

Obvod záhonu je 19 m.

2. Obec má dva nevyužité pozemky. Jeden má tvar obdélníku s rozměry $a = 9 \text{ m}$ a $b = 6 \text{ m}$ a druhý má tvar čtverce o straně $a = 8,5 \text{ m}$. Na pozemku, který má větší plochu, chce vybudovat dětské hřiště a z menšího pozemku bude parčík.

a) Na kterém pozemku bude dětské hřiště a na kterém parčík?

- b) Jaký obvod bude mít parčík?
 c) Kolik metrů pletiva bude potřeba na oplocení dětského hřiště?

Řešení:

a) $S_1 = a \cdot b = 9 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 54 \text{ m}^2$

$S_2 = a^2 = (8,5 \text{ m})^2 = 72,25 \text{ m}^2$

Dětské hřiště bude na pozemku ve tvaru čtverce.

b) $o_2 = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (9 \text{ m} + 6 \text{ m}) = 30 \text{ m}$

Parčík bude mít obvod 30 m.

c) $o_1 = 4 \cdot a = 4 \cdot 8,5 \text{ m} = 34 \text{ m}$

Na oplocení dětského hřiště bude potřeba 34 m pletiva.

3. Přívoz převážející lidi přes řeku má rozměry 10 m × 5 m. Kolik lidí může maximálně převézt, jestliže se na 1 člověka počítá plocha 50 dm²?

Řešení:

$S = 10 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} = 50 \text{ m}^2 = 5\,000 \text{ dm}^2 \Rightarrow 5\,000 \text{ dm}^2 : 50 \text{ dm}^2 = 100$

Přívoz může maximálně převézt 100 osob.

4. Obvod zahrady ve tvaru obdélníku je 250 metrů. Její šířka je 25 metrů. Jak velká je délka zahrady a jak velkou plochu má zahrada?

Řešení:

$o = 2 \cdot (a + b) = 2a + 2b$

$S = a \cdot b$

$2b = o - 2a = 250 \text{ m} - 2 \cdot 25 \text{ m}$

$S = 100 \text{ m} \cdot 25 \text{ m}$

$2b = 200 \text{ m}$

$S = 2\,500 \text{ m}^2$

$b = 100 \text{ m}$

Délka zahrady je 100 m, zahrada má plochu 2 500 m².

5. Švadlena má z role látky o šířce 1,40 m ušit tři pruhy látky. Jeden pruh bude dlouhý 3,5 m, druhý 3 m a třetí 2,8 m.

a) Vypočítejte cenu ušité látky, jestliže cena za 1 m je 180 Kč.

b) Jak velký obsah mají jednotlivé kusy látky?

Řešení:

a) $3,5 \text{ m} + 3 \text{ m} + 2,8 \text{ m} = 9,3 \text{ m} \Rightarrow 9,3 \cdot 180 \text{ Kč} = 1\,674 \text{ Kč}$

Za tři pruhy látky zaplatíme 1 674 Kč.

b) $S_1 = 1,4 \text{ m} \cdot 3,5 \text{ m} = 4,9 \text{ m}^2$

$$S_2 = 1,4 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 4,2 \text{ m}^2$$

$$S_3 = 1,4 \text{ m} \cdot 2,8 \text{ m} = 3,92 \text{ m}^2$$

Obsah prvního dílu je $4,9 \text{ m}^2$, druhého dílu $4,2 \text{ m}^2$ a třetího dílu $3,92 \text{ m}^2$.

6. Petr uběhne za sekundu 7 m. Za jak dlouho oběhne louku tvaru trojúhelníku o rozměrech 100 m, 50 m a 70 m?

Řešení:

$$o = a + b + c = 100 \text{ m} + 50 \text{ m} + 70 \text{ m} = 220 \text{ m}$$

$$220 \text{ m} : 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 31,43 \text{ s}$$

Petr louku oběhne asi za 31,43 s.

7. Fotbalové hřiště má tvar obdélníku o délce 90 m a šířce 45 m. Kolikrát ho museli oběhnout hráči při tréninku, aby uběhli 800 m?

Řešení:

$$o = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (90 \text{ m} + 45 \text{ m}) = 270 \text{ m}$$

$$800 \text{ m} : 270 \text{ m} = 2,96$$

Hráči museli hřiště oběhnout třikrát.

8. Pozemek má tvar čtverce, který má obvod 100 m. Jak dlouhá je jeho jedna strana a jak velkou plochu má?

Řešení:

$$o = 4 \cdot a$$

$$S = a^2 = (25 \text{ m})^2 = 625 \text{ m}^2$$

$$4a = 100 \text{ m}$$

Strana pozemku, který zabírá 625 m^2 , je 25 m.

$$a = 25 \text{ m}$$

9. V truhlářské dílně vyrobili dveře, do kterých je potřeba umístit sklo o rozměrech 50 cm a 100 cm.

a) Jak dlouhou lištu budou potřebovat na upevnění skla? (Lišta je široká 0,5 cm.)

b) Jaký je obsah skleněné výplně?

Řešení:

$$o = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (50 \text{ cm} + 100 \text{ cm}) = 300 \text{ cm} \Rightarrow 300 \text{ cm} - 4 \cdot 0,5 \text{ cm} = 288 \text{ cm}$$

Na orámování bude potřeba 288 cm lišty.

a) $S = a \cdot b = 50 \text{ cm} \cdot 100 \text{ cm} = 5\,000 \text{ cm}^2 = 0,5 \text{ m}^2$

Obsah skleněné výplně je 5 000 cm².

10. Zedníci mají vybetonovat základ domu o stranách 10 m a 16 m. Jaký bude vnější obvod domu?

Řešení:

$$o = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (10 \text{ m} + 16 \text{ m}) = 52 \text{ m}$$

Vnější obvod domu bude 52 m.

11. Rámeček na fotografie má tvar čtverce o straně 60 cm. Jak velkou lat' si musí truhlář uříznout, aby mohl fotografii zarámovat? Lat' má čtvercový průřez o straně 1 cm.

Řešení:

$$o = 4 \cdot a = 4 \cdot 60 \text{ cm} = 240 \text{ cm} \Rightarrow 240 \text{ cm} + 4 \cdot 1 \text{ cm} = 244 \text{ cm}$$

Truhlář si uřízne 244 cm latě.

12. Zahrada školního pozemku má tvar obdélníku o stranách 50 m a 70 m. Máte ho oplotit pletivem a na jedné straně umístit vrata, která budou široká 5 m.

a) Kolik metrů pletiva budete potřebovat na plot?

b) Kolik Kč bude stát oplocení zahrady, když 1 metr pletiva stojí 60 Kč a cena vrat je 3 800 Kč?

Řešení:

a) $o = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (50 \text{ m} + 70 \text{ m}) = 240 \text{ m} \Rightarrow 240 \text{ m} - 5 \text{ m} = 235 \text{ m}$

Bude potřeba 235 m pletiva.

b) $235 \cdot 60 \text{ Kč} + 3\,800 = 17\,900 \text{ Kč}$

Oplocení zahrady bude stát 17 900 Kč.

13. Trávník má tvar obdélníku o rozměrech 25 m a 20 m. Kolik korun bude stát jeho osetí travními semeny, jestliže balíček semen, který stojí 120 Kč, vystačí na 20 m²?

Řešení:

$$S = a \cdot b = 25 \text{ m} \cdot 20 \text{ m} = 500 \text{ m}^2 \Rightarrow 500 \text{ m}^2 : 20 \text{ m}^2 = 25 \Rightarrow 25 \cdot 120 \text{ Kč} = 3\,000 \text{ Kč}$$

Na osetí trávníku bude potřeba 25 balíčků semen za 3 000 Kč.

14. Z plechu, který má tvar čtverce se stranou dlouhou 8 dm, byly vyříznuty dva stejné obdélníkové otvory s rozměry 3,5 dm a 1,5 dm. Vypočítejte obsah zbývající části čtvercového plechu.

Řešení:

$$S = S_1 - 2 \cdot S_2 = a_1^2 - 2 \cdot (a_2 \cdot b_2) = (8 \text{ dm})^2 - 2 \cdot (3,5 \text{ dm} \cdot 1,5 \text{ dm}) = 53,5 \text{ dm}^2$$

Obsah zbývajícího plechu je 53,5 dm².

15. Na pozemku s rozměry 20 m a 15 m byl postaven dům o rozměrech 10 m a 8 m. Jaká část pozemku zůstala nezastavěna?

Řešení:

$$S = S_1 - S_2 = a_1 \cdot b_1 - a_2 \cdot b_2 = 20 \text{ m} \cdot 15 \text{ m} - 10 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} = 300 \text{ m}^2 - 80 \text{ m}^2 = 220 \text{ m}^2$$

Nezastavěno je 220 m² pozemku.

16. Řemeslník má položit linoleum ve třech místnostech obdélníkového tvaru. Rozměry první místnosti jsou 6 m × 4 m, druhá místnost má rozměry 4 m × 2,5 m a třetí místnost má rozměry 3 m × 2,5 m. Vypočtete:

- Obsahy podlah jednotlivých místností.
- Kolik korun bude stát linoleum, jestliže 1 m² stojí 890 Kč.

Řešení:

1. místnost: $S_1 = a_1 \cdot b_1 = 6 \text{ m} \cdot 4 \text{ m} = 24 \text{ m}^2$
2. místnost: $S_2 = a_2 \cdot b_2 = 4 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ m} = 10 \text{ m}^2$
3. místnost: $S_3 = a_3 \cdot b_3 = 3 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ m} = 7,5 \text{ m}^2$

$$\text{b) } S_1 + S_2 + S_3 = 24 \text{ m}^2 + 10 \text{ m}^2 + 7,5 \text{ m}^2 = 41,5 \text{ m}^2$$

$$41,5 \cdot 890 \text{ Kč} = 36\,935 \text{ Kč}$$

Linoleum bude stát 36 935 Kč.

17. Pole má rozlohu 2,5 ha. Jeho šířka je 100 m. Kolik metrů pletiva bude potřeba na jeho oplocení?

Řešení:

$$2,5 \text{ ha} = 25\,000 \text{ m}^2$$

$$S = a \cdot b \Rightarrow b = S : a = 25\,000 \text{ m}^2 : 100 \text{ m} = 250 \text{ m}$$

$$o = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (100 \text{ m} + 250 \text{ m}) = 700 \text{ m}$$

Na oplocení bude potřeba 700 m pletiva.

18. Sad má rozměry 60 m × 70 m. Určete, kolik má sad arů a jak dlouhé pletivo budete potřebovat k jeho oplocení.

Řešení:

$$S = a \cdot b$$

$$o = 2 \cdot (a + b)$$

$$S = 60 \text{ m} \cdot 70 \text{ m}$$

$$o = 2 \cdot (60 \text{ m} + 70 \text{ m})$$

$$S = 4\,200 \text{ m}^2$$

$$o = 260 \text{ m}$$

Sad má plochu 42 a. Na jeho oplocení bude potřeba 260 m pletiva.

19. Hřiště ve tvaru obdélníku, které má šířku 8 m, bylo oploceno pletivem, které měří 42 m. Jaká je délka hřiště?

Řešení:

$$o = 2 \cdot (a + b) = 2a + 2b$$

$$2b = o - 2a$$

$$2b = 42 - 2 \cdot 8 \text{ m}$$

$$2b = 26 \text{ m} \Rightarrow b = 13 \text{ m}$$

Délka hřiště je 13 m.

20. Kolik rolí tapety musíte koupit na vytapetování tří stěn místnosti, jejíž stěny mají šířku 5 m a výšku 2,7 m. Tapeta má rozměry 70 cm × 10 m. Tapetujeme svisle.

Řešení:

$$\check{s} = 3 \cdot 5 \text{ m} = 15 \text{ m} \Rightarrow 15 \text{ m} : 0,7 \text{ m} = 21,4 \Rightarrow \text{Potřebujeme 22 pásů.}$$

$$10 \text{ m} : 2,7 \text{ m} = 3 \Rightarrow \text{Z jedné role uděláme 3 pásy o délce 2,7 m.}$$

$$22 : 3 = 7,33 \Rightarrow \text{Musíme koupit 8 rolí tapety.}$$

21. Chodba má šířku 3 m a je dlouhá 9 m. Dlaždič ji má pokrýt dlažbou. Kolik bude potřebovat dlaždic, jestliže dlaždice mají tvar čtverce o straně 30 cm?

Řešení:

šířka chodby: 3 m

délka chodby: 9 m

$$\Rightarrow 3 \text{ m} : 0,3 \text{ m} = 10 \text{ dlaždic}$$

$$\Rightarrow 9 \text{ m} : 0,3 \text{ m} = 30 \text{ dlaždic}$$

Celkem dlaždic: $10 \cdot 30 = 300$ dlaždic

Bude potřeba minimálně 300 dlaždic.

22. Obdélníková zahrada má délku 25 m a šířku, která je rovna $\frac{3}{5}$ délky. Máte ji oset trávou. Kolik m^2 bude mít plocha trávníku?

Řešení:

$$S = a \cdot b = a \cdot \frac{3}{5} a = \frac{3}{5} \cdot a^2 = \frac{3}{5} \cdot (25 \text{ m})^2 = 375 \text{ m}^2$$

Plocha trávníku je 375 m^2 .

23. Deska stolu je dlouhá 100 cm a široká 65 cm. Kolik cm krajky je třeba k olemování ubrusu, který přečnává na každé straně o 15 cm?

Řešení:

$$a = 100 \text{ cm} + 2 \cdot 15 \text{ cm} = 130 \text{ cm}$$

$$b = 65 \text{ cm} + 2 \cdot 15 \text{ cm} = 95 \text{ cm}$$

$$o = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (130 \text{ cm} + 95 \text{ cm}) = 450 \text{ cm}$$

K olemování ubrusu je potřeba 450 cm krajky.

24. Švadlena má látku širokou 80 cm. Nastříhá z ní celkem 7 obdélníků o rozměrech $80 \text{ cm} \times 150 \text{ cm}$ a nic jí nezbyde. Kolik metrů látky má?

Řešení:

$$7 \cdot 150 \text{ cm} = 1050 \text{ cm}$$

Švadlena má 10,5 m látky.

25. Do tří místností o rozměrech 5,6 m a 4,8 m, 4,6 m a 3,8 m, 4,2 m a 3,6 m máme položit koberec.

a) Rozhodněte, jak dlouhou budete potřebovat pásku na olemování všech tří koberců.

b) Jaký obsah budou mít koberce do jednotlivých místností?

- c) Kolik korun za koberce zaplatíte, když 1 m koberce o šířce 5 m stojí 1 500 Kč, víte-li, že vám z daného koberce uříznou požadované délky? (Musíte počítat s tím, že zaplatíte i odřezky, které při řezání koberců vznikly.)

Řešení:

- a) 1. místnost: $o_1 = 2 \cdot (a_1 + b_1) = 2 \cdot (5,6 \text{ m} + 4,8 \text{ m}) = 20,8 \text{ m}$
2. místnost: $o_2 = 2 \cdot (a_2 + b_2) = 2 \cdot (4,6 \text{ m} + 3,8 \text{ m}) = 16,8 \text{ m}$
3. místnost: $o_3 = 2 \cdot (a_3 + b_3) = 2 \cdot (4,2 \text{ m} + 3,6 \text{ m}) = 15,6 \text{ m}$
celkem: $o_1 + o_2 + o_3 = 20,8 \text{ m} + 16,8 \text{ m} + 15,6 \text{ m} = 53,2 \text{ m}$

Na olemování tří koberců bude potřeba 53,2 m lemovací pásky.

- b) 1. místnost: $S_1 = a_1 \cdot b_1 = 5,6 \text{ m} \cdot 4,8 \text{ m} = 22,88 \text{ m}^2$
2. místnost: $S_2 = a_2 \cdot b_2 = 4,6 \text{ m} \cdot 3,8 \text{ m} = 17,48 \text{ m}^2$
3. místnost: $S_3 = a_3 \cdot b_3 = 4,2 \text{ m} \cdot 3,6 \text{ m} = 15,12 \text{ m}^2$

- c) 1. místnost: koupíme 5,6 m koberce
2. místnost: koupíme 3,8 m koberce
3. místnost: koupíme 3,6 m koberce
celkem: $5,6 \text{ m} + 3,8 \text{ m} + 3,6 \text{ m} = 13 \text{ m} \Rightarrow 13 \text{ m} \cdot 1\,500 \text{ Kč} = 19\,500 \text{ Kč}$
Za koberce zaplatíme 19 500 Kč.

26. Plechová střecha garáže má rozměry 8,5 m a 4,5 m.

- a) Kolik barvy bude potřeba na její nátěr, jestliže na 5 m^2 je potřeba 0,5 l barvy?
b) Kolik za barvu zaplatíte, jestliže 0,5 l stojí 230 Kč?

Řešení:

- a) $S = a \cdot b = 8,5 \text{ m} \cdot 4,5 \text{ m} = 38,25 \text{ m}^2 \Rightarrow 38,25 \text{ m}^2 : 5 \text{ m}^2 = 7,65 \Rightarrow 8 \cdot 0,5 \text{ l} = 4 \text{ l}$
Na natření střechy budeme potřebovat 8 plechovek barvy, což je 4 l.
b) $8 \cdot 230 \text{ Kč} = 1\,840 \text{ Kč}$
Zaplatíme 1 840 Kč.

27. Na pozemku školy o rozměrech 100 m a 80 m stojí vedle sebe dvě budovy. Jedna je ve tvaru obdélníku a má rozměry 80 m a 20 m, druhá má tvar čtverce o straně 30 m. Kolik m^2 má nezastavěný pozemek?

Řešení:

$$S_1 = a_1 \cdot b_1 = 100 \text{ m} \cdot 80 \text{ m} = 8\,000 \text{ m}^2$$

$$S_2 = a_2 \cdot b_2 = 80 \text{ m} \cdot 20 \text{ m} = 1\,600 \text{ m}^2$$

$$S_3 = a_3^2 = (30 \text{ m})^2 = 900 \text{ m}^2$$

$$S = S_1 - S_2 - S_3 = 8\,000 \text{ m}^2 - 1\,600 \text{ m}^2 - 900 \text{ m}^2 = 5\,500 \text{ m}^2$$

Nezastavěný pozemek má $5\,500 \text{ m}^2$.

28. Pole má tvar obdélníku o stranách $a = 150 \text{ m}$ a $b = 250 \text{ m}$. Kolik kilogramů osiva je potřeba na jeho osetí, jestliže na 1 m^2 jsou potřeba 3 g osiva?

Řešení:

$$S = a \cdot b = 150 \text{ m} \cdot 250 \text{ m} = 37\,500 \text{ m}^2$$

$$37\,500 \cdot 3 \text{ g} = 112\,500 \text{ g} = 1\,125 \text{ kg}$$

Na osetí pole je potřeba $1\,125 \text{ kg}$ osiva.

29. Realitní kancelář nabízí stavební parcelu čtvercového půdorysu o straně 25 m . Kolik korun za parcelu zaplatí zájemce, jestliže 1 m^2 stojí $1\,700 \text{ Kč}$?

Řešení:

$$S = a^2 = (25 \text{ m})^2 = 625 \text{ m}^2 \Rightarrow 625 \cdot 1\,700 \text{ Kč} = 1\,062\,500 \text{ Kč}$$

Zájemce zaplatí $1\,062\,500 \text{ Kč}$.

30. V nově postaveném domě jsou atypická okna o rozměrech $120 \text{ cm} \times 170 \text{ cm}$. Sklenář má zasklít 12 oken.

- Jaký je obsah jednoho okna?
- Jaký je obsah všech 12 oken?
- Kolik bude stát sklo, jestliže 1 m^2 stojí 420 Kč ?

Řešení:

$$\text{a) } S = a \cdot b = 120 \text{ cm} \cdot 170 \text{ cm} = 20\,400 \text{ cm}^2 = 2,04 \text{ m}^2$$

Obsah jednoho okna je $2,04 \text{ m}^2$.

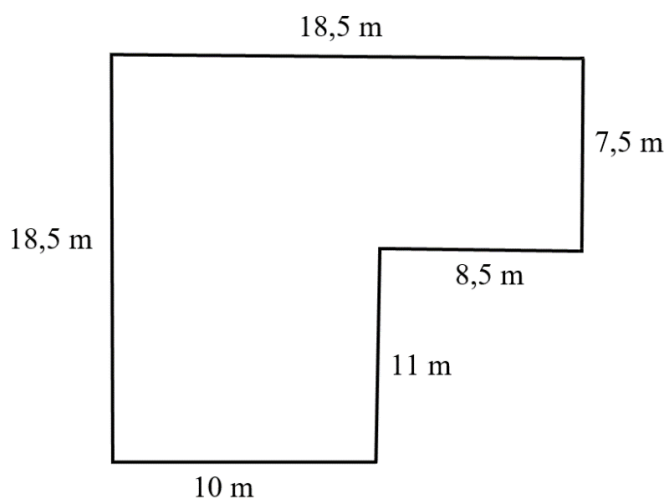
$$\text{b) } S_{12} = 12 \cdot S = 12 \cdot 2,04 \text{ m}^2 = 24,48 \text{ m}^2$$

Obsah všech 12 oken je $24,48 \text{ m}^2$.

$$\text{c) } 24,48 \cdot 420 \text{ Kč} = 10\,281,6 \text{ Kč}$$

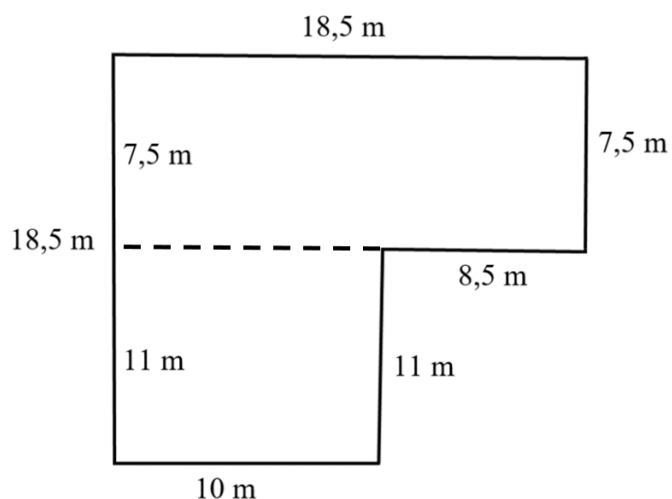
Sklo bude stát $10\,282 \text{ Kč}$

31. Dvůr, který máte na obrázku, má být vydlážděn kostkami o délce hran 10 cm. Kolik kostek bude dlaždič potřebovat? V úvahu nebereme spáru mezi kostkami.



Obrázek 44. Obvody a obsahy útvarů v rovině – příklad 32 – zadání

Řešení:



Obrázek 45. Obvody a obsahy útvarů v rovině – příklad 32 – řešení

šířka 1. dílu: 18,5 m

délka 1. dílu: 7,5 m

$$\Rightarrow 18,5 \text{ m} : 0,1 \text{ m} = 185 \text{ kostek}$$

$$\Rightarrow 7,5 \text{ m} : 0,1 \text{ m} = 75 \text{ kostek}$$

Celkem kostek na 1. díl: $185 \cdot 75 = 13\,875$ kostek

šířka 2. dílu: 10 m

délka 2. dílu: 11 m

$$\Rightarrow 10 \text{ m} : 0,1 \text{ m} = 100 \text{ kostek}$$

$$\Rightarrow 11 \text{ m} : 0,1 \text{ m} = 110 \text{ kostek}$$

Celkem kostek na 2. díl: $100 \cdot 110 = 11\,000$ kostek

Celkem kostek: $13\,875 + 11\,000 = 24\,875$ kostek

Bude potřeba 24 875 kostek.

32. Zahradník potřebuje vytyčit kruhový záhon. Použil k tomu motouz dlouhý 75 dm, který zapíchl ve středu záhonu. Vypočtěte obsah a obvod záhonu, jehož poloměrem je délka motouzu.

Řešení:

$$o = 2 \cdot \pi \cdot r$$

$$S = \pi \cdot r^2$$

$$o = 2 \cdot \pi \cdot 75 \text{ dm}$$

$$S = \pi \cdot (75 \text{ dm})^2$$

$$o = 471,2 \text{ dm} = 47,12 \text{ m}$$

$$S = 17\,671,5 \text{ dm}^2 = 176,715 \text{ m}^2$$

Záhon má obsah 176,715 m² a jeho obvod je 47,12 m.

33. Pozemek, který vlastní zemědělská farma, má tvar pravoúhlého trojúhelníku s odvěsnami 750 m a 1 200 m. Tvoří ho pole a lesík ve tvaru kruhu o průměru 60 m. Farmář chce na poli zasít obilí. Určete:

a) výměru pole

b) výnos obilí, víte-li, že výnos z jednoho ha je v průměru 7 t

Řešení:

$$a) \quad S_1 = 0,5 \cdot a \cdot b$$

$$S_2 = \pi \cdot r^2$$

$$S_1 = 0,5 \cdot 750 \text{ m} \cdot 1\,200 \text{ m}$$

$$S_2 = \pi \cdot (30 \text{ m})^2$$

$$S_1 = 450\,000 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 2\,827,4 \text{ m}^2$$

$$S = 450\,000 \text{ m}^2 - 2\,827,4 \text{ m}^2 = 447\,172,6 \text{ m}^2 = 44,717 \text{ ha}$$

Výměra pole je 44,717 ha.

$$b) \quad m = 44,717 \cdot 7 \text{ t} = 313,019 \text{ t}$$

Výnos pole bude 313,019 t.

34. Zámečnický má vyrobit z drátu kostru pro 20 stínítek. Kolik drátu spotřebuje, jestliže každé stínítko budou tvořit 2 kružnice o průměru 25 cm a 12 cm, ke kterým přivaří tři dráty dlouhé 20 cm.

Řešení:

$$o_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1 = 2 \cdot \pi \cdot 12,5 \text{ cm} = 78,54 \text{ cm} \quad o_2 = 2 \cdot \pi \cdot r_2 = 2 \cdot \pi \cdot 6 \text{ cm} = 37,70 \text{ cm}$$

$$1 \text{ stínítko: } o_1 + o_2 + 3 \cdot 20 \text{ cm} = 78,54 \text{ cm} + 37,70 \text{ cm} + 60 \text{ cm} = 176,24 \text{ cm}$$

$$20 \text{ stínítek: } 176,24 \text{ cm} \cdot 20 = 3\,524,8 \text{ cm}$$

Zámečník spotřebuje 35,248 m drátu.

35. Švadleny mají ušít 10 kruhových ubrusů na stoly, které mají poloměr 70 cm. Ubrus musí na každé straně přesahovat stůl o 15 cm.

- Jakou šířku musí mít látka, ze které budou stříhat ubrusy?
- Kolik metrů stuhy budou potřebovat na olemování ubrusů?
- Jaká bude plocha ubrusu?

Řešení:

a) Průměr stolu: $d_s = 2 \cdot 70 \text{ cm} = 140 \text{ cm}$

Průměr ubrusu: $d = 2 \cdot (70 \text{ cm} + 15 \text{ cm}) = 170 \text{ cm}$

Látka musí mít šířku 170 cm.

b) $o = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot (70 + 15) \text{ cm} = 534 \text{ cm} \Rightarrow 10 \cdot 534 \text{ cm} = 5\,340 \text{ cm} = 53,4 \text{ m}$

Budou potřebovat 53,4 m stuhy.

c) $S = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (85 \text{ cm})^2 = 22\,698 \text{ cm}^2 = 2,2698 \text{ m}^2 \Rightarrow$ po zaokrouhlení $2,27 \text{ m}^2$

Plocha ubrusu bude $2,27 \text{ m}^2$.

36. Vypočítejte obsah podložky, která vznikne, když v kruhu o poloměru $r = 5 \text{ cm}$ vyrazíte otvor o poloměru $r = 3 \text{ cm}$.

Řešení:

$$S = S_1 - S_2 = \pi \cdot r_1^2 - \pi \cdot r_2^2 = \pi \cdot (r_1^2 - r_2^2) = \pi \cdot (5^2 - 3^2) \text{ cm}^2 = 50,27 \text{ cm}^2$$

Obsah plochy podložky je $50,27 \text{ cm}^2$.

6 Geometrie v prostoru

6.1 Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles

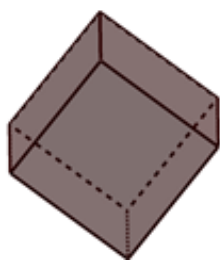
Žák:

- určí vzájemnou polohu bodů a přímek, bodů a rovin, dvou přímek, přímky a roviny, dvou rovin v prostoru na konkrétním objektu;
- rozpozná mnohostěny (krychle, kvádr, hranol, jehlan) a rotační tělesa (válec, kužel, koule) a uvede příklady z reálného života.

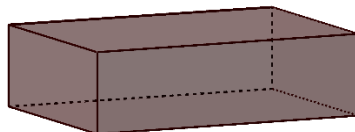
6.1.1 Průpravné úlohy

1. Pojmenujte tělesa na obrázku.

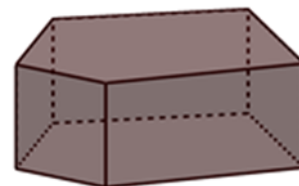
a)



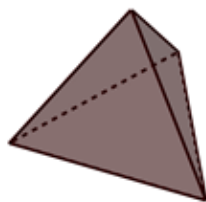
b)



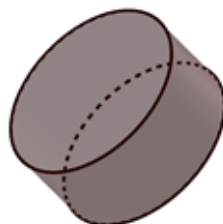
c)



d)



e)



f)



g)

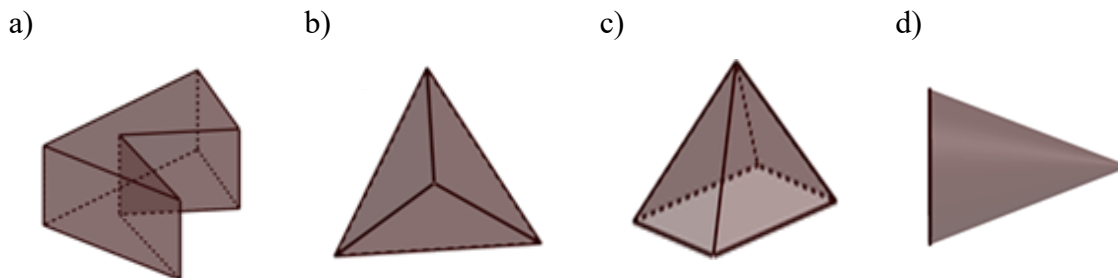


Obrázek 46. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles – průpravné úlohy – příklad 1 – zadání

Řešení:

- a) krychle (kvádr či hranol – záleží, zda žák považuje hrany za stejně dlouhé či ne)
b) kvádr
c) hranol
d) jehlan
e) válec
f) kužel
g) koule

2. Pojmenujte tělesa na obrázku.

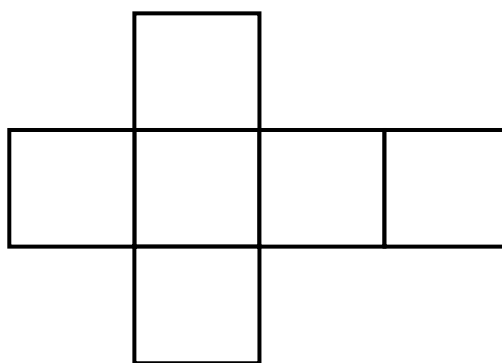


Obrázek 47. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles –
průpravné úlohy – příklad 2 – zadání

Řešení:

- a) hranol
b) trojboký jehlan nebo čtyřstěn
c) čtyřboký jehlan
d) kužel

3. Určete, kterému tělesu odpovídá síť na obrázku. Narýsujte si podobnou síť, kde velikost strany je 6 cm, a těleso načrtněte.

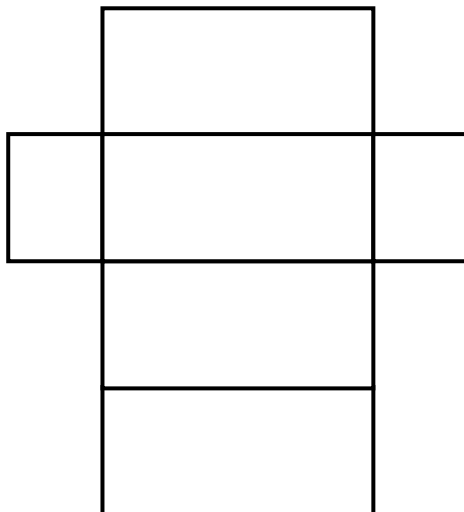


Obrázek 48. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles –
průpravné úlohy – příklad 3 – zadání

Řešení:

Těleso je krychle.

4. Určete, kterému tělesu odpovídá síť na obrázku. Narýsujte si podobnou síť, kde velikost delší strany obdélníku je 10 cm a velikost kratší strany je 5 cm, a těleso načrtněte (sestrojte pomocí vhodného grafického softwaru).

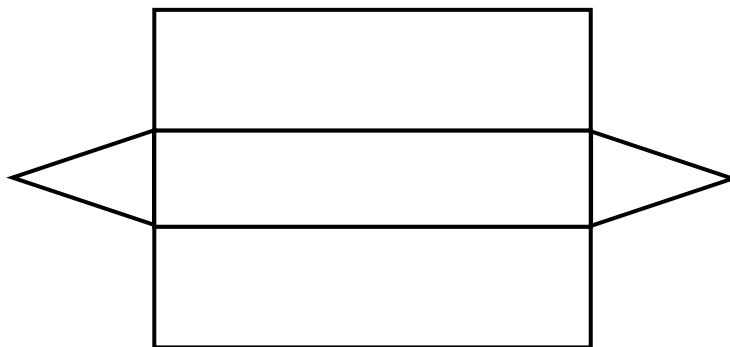


Obrázek 49. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles –
průpravné úlohy – příklad 4 – zadání

Řešení:

Jedná se o kvádr, resp. hranol.

5. Určete, kterému tělesu odpovídá síť na obrázku. Narýsujte si podobnou síť, kde krajní obdélníky mají velikosti stran 10 cm a 5 cm, prostřední obdélník má velikost delší strany 10 cm a velikost kratší strany 4 cm, rovnoramenný trojúhelník má základnu dlouhou 4 cm a ramena 5 cm. Těleso sestrojte.



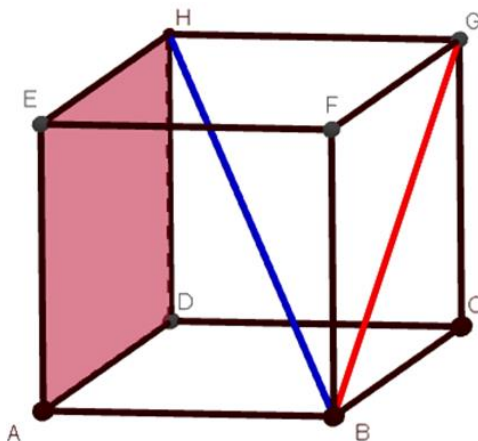
Obrázek 50. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles –
průpravné úlohy – příklad 5 – zadání

Řešení:

trojboký hranol

6. Nakreslete obraz krychle ABCDEFGH, jejíž hrana má délku 5 cm, a vyznačte barevně jednu její stěnu, stěnovou a tělesovou úhlopříčku.

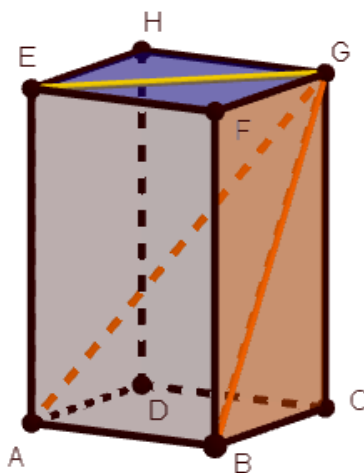
Řešení:



Obrázek 51. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles – průpravné úlohy – příklad 6 – řešení

7. Narýsujte pravidelný čtyřboký hranol ABCDEFGH, který má rozměry $a = 5$ cm a $v = 8$ cm. Barevně vyznačte úhlopříčku podstavy, stěnovou úhlopříčku, tělesovou úhlopříčku a vybarvěte jednu pobočnou stěnu a horní podstavu.

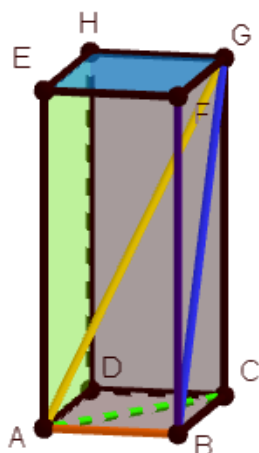
Řešení:



Obrázek 52. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles – průpravné úlohy – příklad 7 – řešení

8. Narýsujte kvádr ABCDEFGH, kde $|AB| = 4$ cm, $|BC| = 6$ cm a $|AE| = 10$ cm. Barevně vyznačte pobočnou hranu, podstavnou hranu, úhlopříčku podstavy, úhlopříčku stěny, tělesovou úhlopříčku a vybarvěte podstavu a jednu stěnu.

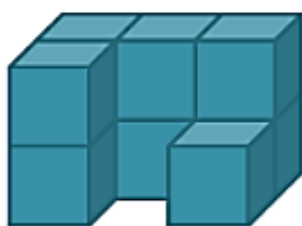
Řešení:



Obrázek 53. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles –
průpravné úlohy – příklad 8 – řešení

9. Kolik je potřeba kostek (krychliček) na postavení daných útvarů?

a)



b)



Obrázek 54. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles –
průpravné úlohy – příklad 9 – zadání

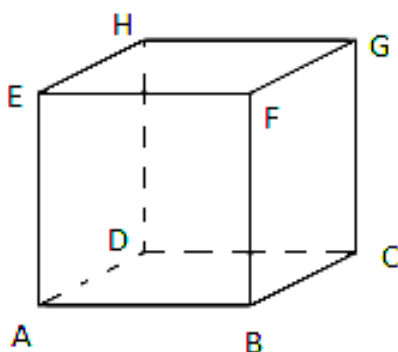
Řešení:

a) 9

b) 12

10. Na obrázku je krychle ABCDEFGH o hraně $a = 8$ cm. Určete:

- vzájemnou polohu přímek AB a CD; AB a BH; AB a FG
- vzájemnou polohu přímky AB a roviny ABC
- vzájemnou polohu přímky FH a roviny ABC
- vzájemnou polohu přímky CE a roviny ABC
- vzájemnou polohu rovin ABC a BCG; BCG a ADH
- vzájemnou polohu rovin ABF a DBF; ADH a AEH



Obrázek 55. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles –
průpravné úlohy – příklad 10 – zadání

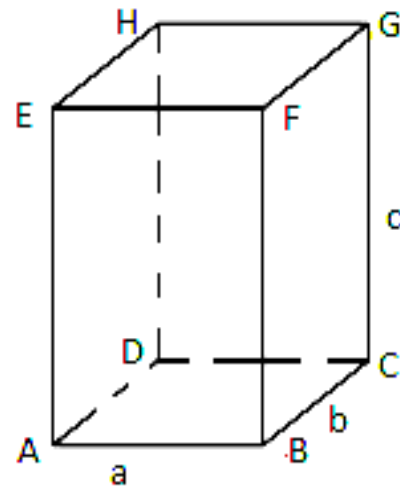
Řešení:

- přímky AB a CD jsou rovnoběžné různé
přímky AB a BH jsou různoběžné
přímky AB a FG jsou rovnoběžné různé
- přímka AB a rovina ABC jsou rovnoběžné, přímka leží v rovině
- přímka FH a rovina ABC jsou rovnoběžné, přímka neleží v rovině
- přímka CE a rovina ABC jsou různoběžné
- roviny ABC a BCG jsou různoběžné kolmé
roviny BCG a ADH jsou rovnoběžné různé
- roviny ABF a DBF jsou různoběžné
roviny ADH a AEH jsou rovnoběžné splývající

11. Na obrázku je kvádr ABCDEFGH, který má rozměry $a = 6$ cm, $b = 4$ cm a $c = 8$ cm.

Určete:

- vzájemnou polohu přímek AB a BC; BF a FG
- vzájemnou polohu přímek AB a EF; AC a EG
- vzájemnou polohu přímek AD a FH; CD a EH
- vzájemnou polohu přímky AC a roviny ABC
- vzájemnou polohu přímky DF a roviny ABC
- vzájemnou polohu přímky BD a roviny EFG
- vzájemnou polohu rovin ABC a EFG
- vzájemnou polohu rovin ABC a BFH
- vzdálenost přímek AD a EH; BF a DH



Obrázek 56. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles –
průpravné úlohy – příklad 11 – zadání

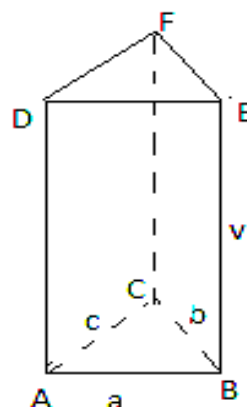
Řešení:

- přímky AB a BC jsou různoběžné
přímky BF a FG jsou různoběžné
- přímky AB a EF jsou rovnoběžné různé
přímky AC a EG jsou rovnoběžné různé
- přímky AD a FH jsou mimoběžné
přímky CD a EH jsou mimoběžné
- přímka AC a rovina ABC jsou rovnoběžné, přímka leží v rovině
- přímka DF a rovina ABC jsou různoběžné
- přímka BD a rovina EFG jsou rovnoběžné, přímka neleží v rovině
- roviny ABC a BFH jsou rovnoběžné různé
- roviny ABC a BFH jsou různoběžné kolmé
- $v(AD, EH) = c$; $v(BF, DH) = \sqrt{a^2 + b^2}$

12. Těleso ABCDEF na obrázku má rozměry $a = 3$ cm, $b = 4$ cm a $c = 5$ cm, $v = 8$ cm.

Určete:

- vzájemnou polohu přímek AB a BE; AC a AD
- vzájemnou polohu přímek AB a DE; CF a BE
- vzájemnou polohu přímek AC a FE; AD a EF
- vzájemnou polohu rovin ABC a DEF
- vzájemnou polohu rovin ABC a BEF
- vzájemnou polohu přímky AB a roviny EFC



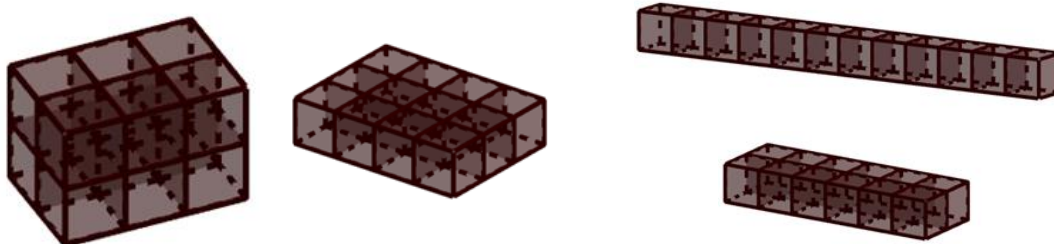
Obrázek 57. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles –
průpravné úlohy – příklad 11 – zadání

Řešení:

- přímky AB a BE jsou různoběžné kolmé
přímky AC a AD jsou rovnoběžné různé kolmé
- přímky AB a DE jsou rovnoběžné různé
přímky CF a BE jsou rovnoběžné různé
- přímky AC a FE jsou mimoběžné
přímky AD a EF jsou mimoběžné
- roviny ABC a DEF jsou rovnoběžné různé
- roviny ABC a BEF jsou různoběžné kolmé
- přímka AB a rovina EFC jsou různoběžné

13. Kolik různých kvádrů můžete sestavit z dvanácti stejných kostek (krychlí)?

Řešení:



Obrázek 58. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles
– příklad 13 – řešení

6.1.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem

1. V místnosti o výšce stropu 3,5 m visí lustr, jehož délka se závěsem je 1,2 m. Jak vysoko bude lustr nad podlahou?

Řešení:

Lustr je 2,3 m nad podlahou.

2. Schod má výšku 18 cm. Kolik schodů musí mít schodiště, jestliže výškový rozdíl podlah je 280 m?

Řešení:

$$280 \text{ cm} : 18 \text{ cm} = 15$$

Schodiště bude mít 15 schodů.

3. Okno je ve výšce 80 cm. Kolik vrstev tvárnic bude třeba pod oknem použít, jestliže výška pórobetonové tvárnice je i s maltou 20 cm?

Řešení:

$$80 \text{ cm} : 20 \text{ cm} = 4$$

Budou potřeba 4 tvárnice.

4. Učni oboru zedník mají udělat základ (první šár) stěny, který bude dlouhý 8 m a široký 0,7 m. Kolik budou potřebovat cihel, jestliže cihla je široká 20 cm a dlouhá 0,35 m. Šířku spáry v důsledku nepřesnosti rozměrů cihel můžeme zanedbat.

Řešení:

$$8 \text{ m} : 0,2 \text{ m} = 40$$

$$0,7 \text{ m} : 0,35 \text{ m} = 2$$

Cihly budou ve dvou řadách, proto jich bude potřeba 80.

5. Ve školních dílnách vymodelovali z latí pravidelný čtyřboký hranol o rozměrech $a = 10 \text{ cm}$ a $v = 30 \text{ cm}$. Kolik metrů latí potřebovali?

Řešení:

$$4 \cdot 10 \text{ cm} + 4 \cdot 10 \text{ cm} + 4 \cdot 30 \text{ cm} = 4 \cdot (10 \text{ cm} + 10 \text{ cm} + 30 \text{ cm}) = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$$

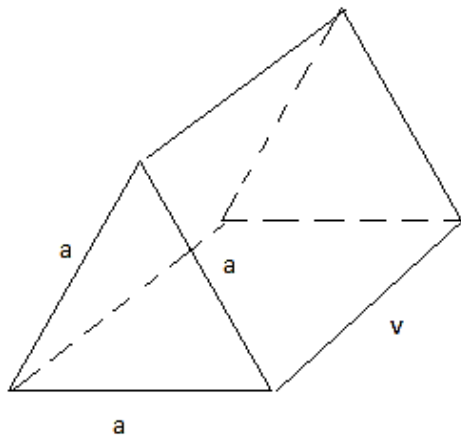
Potřebovali dvoumetrovou lať.

6. V krejčovské dílně mají z látky dlouhé 27 metrů a široké 1,5 metru ušít pytle ve tvaru kvádra o rozměrech $a = 86 \text{ cm}$, $b = c = 46 \text{ cm}$. Na švy počítejte na každé straně 2 cm látky. Na kolik pytlů jim bude stačit látka?

Řešení:

Pytel se bude skládat ze 4 obdélníků o rozměrech 90 cm a 50 cm a dvou čtverců 50 cm na 50 cm. Šířku 1,5 m můžeme rozstříhnout na 3 pruhy široké 0,5 m. Do 27 metrů se vejde v jednom pruhu $27 : 0,9 = 30$ obdélníků 90 cm dlouhých a ve dvou pruzích 60 obdélníků, což je materiál na $60 : 4 = 15$ pytlů. K tomu budeme potřebovat z třetího pruhu 30 čtverců po 0,5 m, což je 15 m, tedy nám zbyde 12 m z třetího pruhu. Na jeden pytel potřebujeme $4 \cdot 0,9 \text{ m} + 2 \cdot 0,5 \text{ m} = 4,6 \text{ m}$ pruhu látky, tedy máme ještě $12 : 4,6 = 2,6$, tedy materiál na dva pytle a zbyde 2,8 m látky o šířce 0,5 m. (Což můžeme rozdělit na dva obdélníky a dva čtverce, a tedy nám chybí na poslední pytel látka na dva obdélníky.) Celkem můžeme ušít 17 pytlů.

7. Seník má tvar pravidelného trojbokého hranolu s rozměry $a = 5 \text{ m}$, $v = 10 \text{ m}$.
- Jak vysoký seník bude?
 - Kolik prken dlouhých 5 m a širokých 5 dm budete potřebovat na střechu seníku?
Dilatační spáry mezi prkny a překryv prken na hřebenu střechy zanedbejte.



Obrázek 59. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles
– příklad 7 – zadání

Řešení:

- a) Pythagorova věta: $s^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow s = \sqrt{25 - 6,25} \text{ m} \Rightarrow s = 4,33 \text{ m}$
 b) $(5 \text{ m} + 5 \text{ m}) : 0,5 \text{ m} = 20 \Rightarrow$ Bude potřeba 20 prken.

8. Cukrářka má rozříznout válec dortu o výšce 9 cm na tři vodorovné pláty. Jak budou tlusté?

Řešení:

Pláty budou mít tloušťku 3 cm.

9. Z piškotového těsta tloušťky 1 cm máme vytvořit řezy o výšce 7 cm. Kolik vrstev musí kuchařka použít, jestliže vrstvy promaže kakaovým krémem o výšce 1 cm.

Řešení:

Je potřeba mít 4 vrstvy piškotu, které jsou promazané třemi vrstvami krému.



Obrázek 60. Vzájemná poloha bodů, přímek a rovin, charakteristika základních těles
– příklad 7 – řešení

10. Kuchař udělal z těsta na bramborové knedlíky válec dlouhý 60 cm. Kolik z něho uřízl knedlíků, jestliže jeden knedlík má tloušťku 3 cm?

Řešení:

$$60 \text{ cm} : 3 \text{ cm} = 20$$

Kuchař uřízl 20 knedlíků.

11. Na pozemku školy vyvrtali pracovníci vodáren studnu hlubokou 9 m. Kolik budete potřebovat skruží, jestliže jedna skruž má průměr 1,5 m a výšku 60 cm?

Řešení:

$$9 \text{ m} : 0,6 \text{ m} = 15$$

Bude potřeba 15 skruží.

12. Z latě, která má čtvercový průřez o straně $a = 6 \text{ cm}$ a je dlouhá 1,80 m, máte nařezat kostky ve tvaru krychle. Šířku řezu zanedbejte. Kolik kostek dostanete?

Řešení:

$$1,80 \text{ m} : 0,06 \text{ m} = 30 \quad (1,80 \text{ m} : 0,03 \text{ m}) \cdot 4 = 240 \quad (1,80 \text{ m} : 0,02 \text{ m}) \cdot 9 = 810$$

Dostaneme buď 30 kostek o straně 6 cm, nebo 240 kostek o straně 3 cm, nebo 810 kostek o straně 2 cm.

13. V zahradnictví dostali 10 plechových květináčů ve tvaru krychle. Učni mají natřít jejich stěny modrou barvou. Kolik barvy budou potřebovat, jestliže na natření dvou krychlí potřebují 0,5 kg barvy?

Řešení:

Učni natírají pouze vnější stěny květináčů:

květináč má 4 stěny + podstavu \Rightarrow učni musí natřít 5 čtverců

10 květináčů \Rightarrow celkem 50 čtverců

krychle má 6 stěn (čtverců) \Rightarrow 2 krychle mají 12 stěn

$$12 \text{ stěn} = 0,5 \text{ kg barvy} \Rightarrow 50 : 12 = 4,17 \Rightarrow 4,17 \cdot 0,5 \text{ kg} = 2,08 \text{ kg}$$

Učni potřebují 2,08 kg barvy.

Učni natírají i vnitřní stěny květináčů:

květináč má 4 stěny + podstavu uvnitř i vně \Rightarrow učni musí natřít 10 čtverců

10 květináčů \Rightarrow celkem 100 čtverců

krychle má 6 stěn (čtverců) \Rightarrow 2 krychle mají 12 stěn

$$12 \text{ stěn} = 0,5 \text{ kg barvy} \Rightarrow 100 : 12 = 8,33 \Rightarrow 8,33 \cdot 0,5 \text{ kg} = 4,16 \text{ kg}$$

Učni potřebují 4,168 kg barvy.

14. Tesař má ze dvou hranolů se čtvercovým průřezem o straně $a = 8$ cm, které mají délku 3 m, uříznout 6 stejně dlouhých kusů. Jakou budou mít tyto nově vzniklé hranoly délku?

Řešení:

$$3 \text{ m} : 6 = 50 \text{ cm}$$

Hranoly budou mít délku 50 cm.

15. Vytvořte z drátu model krychle o straně $a = 20$ cm. Jak dlouhý drát budete potřebovat?

Řešení:

$$\text{Krychle má 12 hran. } 12 \cdot 20 \text{ cm} = 240 \text{ cm}$$

Bude potřeba 240 cm drátu.

16. V zámečnické dílně mají vyrobit drátěný model kvádrů o stranách $a = 10$ cm, $b = 20$ cm a $c = 30$ cm. Kolik metrů drátu budou potřebovat?

Řešení:

Kvádr má 12 hran. Vždy 4 hrany jsou stejné.

$$d = (4 \cdot a + 4 \cdot b + 4 \cdot c) = 4 \cdot (a + b + c) = 4 \cdot (10 + 20 + 30) \text{ cm} = 240 \text{ cm} = 2,4 \text{ m}$$

Na výrobu kvádrů bude potřeba 2,4 m drátu.

17. Sklep na skladování ovoce má obdélníkovou podstavu o stranách 14 m a 7 m. Je potřeba vybělit boční stěny do výšky 2 m. Kolik m^2 plochy je třeba natřít?

Řešení:

$$S = 2 \cdot (14 \text{ m} \cdot 2 \text{ m}) + 2 \cdot (7 \text{ m} \cdot 2 \text{ m}) = 2 \cdot 28 \text{ m}^2 + 2 \cdot 14 \text{ m}^2 = 84 \text{ m}^2$$

Je potřeba natřít 84 m^2 .

18. Za pronájem 1 m^2 kancelářské plochy se platí 4 950 Kč za rok. Kolik stojí roční nájemné za kancelář s rozměry 71,5 m a 46,5 m?

Řešení:

$$S = 71,5 \text{ m} \cdot 46,5 \text{ m} = 3\,324,75 \text{ m}^2$$

$$3\,324,75 \cdot 4\,950 \text{ Kč} = 16\,457\,512,5 \text{ Kč} \Rightarrow \text{po zaokrouhlení } 16\,457\,513 \text{ Kč}$$

Cena za pronájem kanceláře je 16 457 513 Kč.

6.2 Povrchy a objemy těles

Žák:

- odhadne a určí povrch a objem krychle, kvádrů;
- vhodně použije jednotky délky, obsahu a objemu vzhledem k dané situaci;
- řeší úlohy se vztahem k běžnému životu a oboru vzdělávání.

6.2.1 Průpravné úlohy

1. Vypočítejte povrch a objem krychle o hraně $a = 5$ cm.

Řešení:

$$S = 6 \cdot a^2$$

$$S = 6 \cdot (5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm})$$

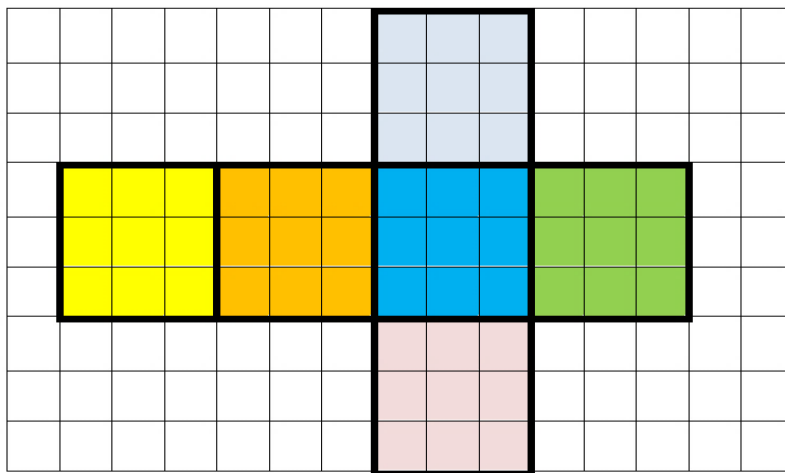
$$S = 150 \text{ cm}^2$$

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

$$V = (5 \text{ cm})^3$$

$$V = 125 \text{ cm}^3$$

2. Na obrázku je síť krychle. Určete obsahy stěn, povrch a objem krychle, je-li délka čtverečku 1 dm.



Obrázek 61. Povrchy a objemy těles – průpravné úlohy – příklad 1 – zadání

Řešení:

$$a = 3 \text{ dm}$$

$$S = 6 \cdot a^2$$

$$S = 6 \cdot (3 \text{ dm} \cdot 3 \text{ dm})$$

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

$$V = (3 \text{ dm})^3$$

$$S = 54 \text{ dm}^2$$

$$V = 27 \text{ dm}^3$$

3. Krychle má povrch 150 m^2 . Vypočítejte délku její hrany a její objem.

Řešení:

$$S = 6 \cdot a^2$$

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

$$150 \text{ m}^2 = 6 \cdot a^2$$

$$V = (5 \text{ m})^3$$

$$a = \sqrt{150 \text{ m}^2 : 6}$$

$$V = 125 \text{ m}^3$$

$$a = \sqrt{25 \text{ m}^2} = 5 \text{ m}$$

4. Jak velký povrch a objem bude mít krychle, jestliže obvod čtverce, který tvoří stěnu krychle, je 32 cm ?

Řešení:

$$a = 32 \text{ cm} : 4 = 8 \text{ cm}$$

$$S = 6 \cdot a^2$$

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

$$S = 6 \cdot (8 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm})$$

$$V = (8 \text{ cm})^3$$

$$S = 384 \text{ cm}^2$$

$$V = 512 \text{ cm}^3$$

5. Vypočítejte povrch a objem krychle, jestliže úhlopříčka její podstavy má délku 8 cm . Pro výpočet strany použijte vzorec $a = \frac{u \cdot \sqrt{2}}{2}$.

Řešení:

$$a = \frac{u \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{8 \text{ cm} \cdot \sqrt{2}}{2} = 5,66 \text{ cm}$$

$$S = 6 \cdot a^2$$

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

$$S = 6 \cdot (5,66 \text{ cm} \cdot 5,66 \text{ cm})$$

$$V = (5,66 \text{ cm})^3$$

$$S = 192 \text{ cm}^2$$

$$V = 181 \text{ cm}^3$$

6. Jak se změní povrch krychle o straně $a = 5 \text{ cm}$, jestliže její hranu zvětšíme o 3 cm ?

Řešení:

$$S_1 = 6 \cdot a_1^2$$

$$S_2 = 6 \cdot a_2^2$$

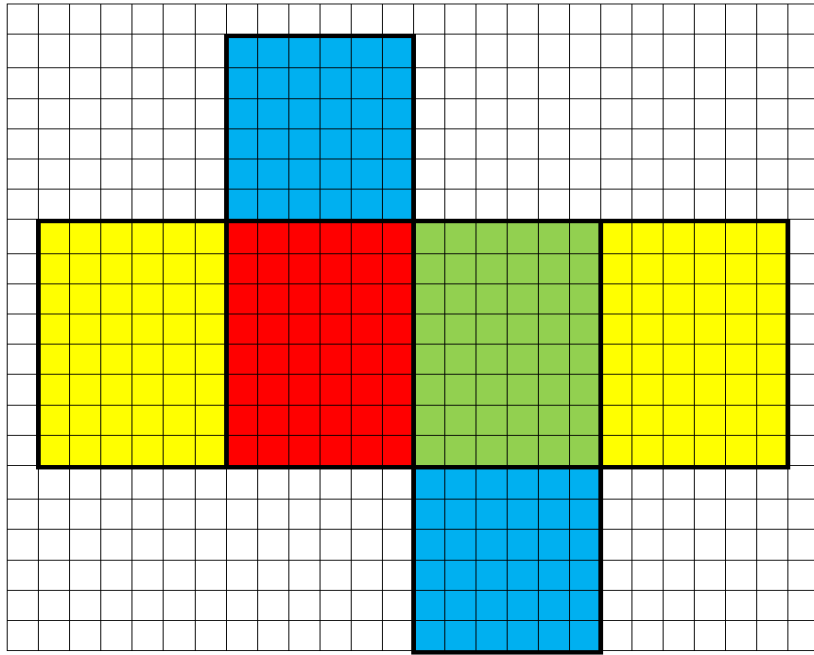
$$S_1 = 6 \cdot (5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm})$$

$$S_2 = 6 \cdot (8 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm})$$

$$S_1 = 150 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 384 \text{ cm}^2$$

7. Na obrázku je síť tělesa. Určete obsahy bočních stěn, podstav, povrch a objem tělesa, je-li délka čtverečku 1 cm .



Obrázek 62. Povrchy a objemy těles – průpravné úlohy – příklad 7 – zadání

Řešení:

Obsah stěny: $S_1 = 6 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^2$

Obsah podstavy: $S_2 = 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} = 36 \text{ cm}^2$

Povrch tělesa: $S = 4 \cdot S_1 + 2 \cdot S_2 = 4 \cdot 48 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 36 \text{ cm}^2 = 264 \text{ cm}^2$

Objem tělesa: $V = a \cdot b \cdot c = 6 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 288 \text{ cm}^3$

8. Vypočítejte povrch a objem kvádru o rozměrech $a = 5 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$ a $c = 8 \text{ cm}$.

Řešení:

$$S = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$S = 2 \cdot (5 \cdot 3 + 3 \cdot 8 + 8 \cdot 5) \text{ cm}^2$$

$$V = 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}$$

$$S = 158 \text{ cm}^2$$

$$V = 120 \text{ cm}^3$$

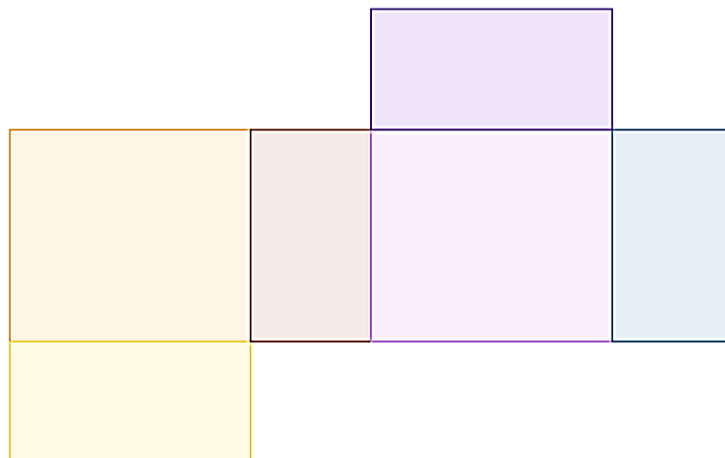
9. Krabice tvaru kvádru má rozměry 40 cm, 35 cm a 20 cm. Načrtněte její síť a vypočítejte povrch krabice.

Řešení:

$$S = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a)$$

$$S = 2 \cdot (40 \text{ cm} \cdot 35 \text{ cm} + 35 \text{ cm} \cdot 20 \text{ cm} + 20 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm})$$

$$S = 2 \cdot 900 \text{ cm}^2$$



Obrázek 63. Povrchy a objemy těles – průpravné úlohy – příklad 9 – řešení

10. Vypočítejte povrch a objem pravidelného čtyřbokého hranolu, kde délka podstavné hrany $a = 4$ cm a výška $v = 7$ cm.

Řešení:

$$a = b = 4 \text{ cm}$$

$$v = c = 7 \text{ cm}$$

$$S = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$S = 2 \cdot a^2 + 4 \cdot a \cdot v$$

$$V = a^2 \cdot v$$

$$S = 2 \cdot (4 \text{ cm})^2 + 4 \cdot 4 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm}$$

$$V = (4 \text{ cm})^2 \cdot 7 \text{ cm}$$

$$S = 144 \text{ cm}^2$$

$$V = 112 \text{ cm}^3$$

11. Jak se změní objem a povrch kváдру o stranách $a = 6$ cm, $b = 4$ cm a $c = 8$ cm, jestliže každou jeho stranu zvětšíme o 3 cm?

Řešení:

$$a_1 = 6 \text{ cm}, b_1 = 4 \text{ cm}, c_1 = 8 \text{ cm}$$

$$a_2 = 9 \text{ cm}, b_2 = 7 \text{ cm}, c_2 = 11 \text{ cm}$$

$$S_1 = 2 \cdot (a_1 \cdot b_1 + b_1 \cdot c_1 + c_1 \cdot a_1)$$

$$V_1 = a_1 \cdot b_1 \cdot c_1$$

$$S_1 = 2 \cdot (6 \cdot 4 + 4 \cdot 8 + 8 \cdot 6) \text{ cm}^2$$

$$V_1 = 6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm}$$

$$S_1 = 208 \text{ cm}^2$$

$$V_1 = 192 \text{ cm}^3$$

$$S_2 = 2 \cdot (a_2 \cdot b_2 + b_2 \cdot c_2 + c_2 \cdot a_2)$$

$$V_2 = a_2 \cdot b_2 \cdot c_2$$

$$S_2 = 2 \cdot (9 \cdot 7 + 7 \cdot 11 + 11 \cdot 9) \text{ cm}^2$$

$$V_2 = 9 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm}$$

$$S_2 = 478 \text{ cm}^2$$

$$V = 693 \text{ cm}^3$$

$$S_2 - S_1 = 478 \text{ cm}^2 - 208 \text{ cm}^2 = 270 \text{ cm}^2$$

$$V_2 - V_1 = 693 \text{ cm}^3 - 192 \text{ cm}^3 = 401 \text{ cm}^3$$

Povrch kvádrů se zvětšil o 270 cm^2 .

Objem kvádrů se zvětšil o 401 cm^3 .

12. Vypočítejte povrch a objem kvádrů o stranách $a = 6 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, jehož stěnová úhlopříčka $u = 20 \text{ cm}$. Pro výpočet strany c použijte vzorec $c = \sqrt{u^2 - b^2}$.

Řešení:

$$c = \sqrt{u^2 - b^2} = \sqrt{20^2 - 4^2} \text{ cm} = 19,6 \text{ cm}$$

$$S = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a)$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$S = 2 \cdot (6 \cdot 4 + 4 \cdot 19,6 + 19,6 \cdot 6) \text{ cm}^2$$

$$V = 6 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 19,6 \text{ cm}$$

$$S = 440 \text{ cm}^2$$

$$V = 470,4 \text{ cm}^3$$

13. Vypočítejte povrch a objem trojbokého hranolu, jehož podstavou je pravoúhlý trojúhelník o stranách $a = 12 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, je-li výška hranolu $v = 30 \text{ cm}$. Pro výpočet přepony pravoúhlého trojúhelníku použijte vzorec $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Řešení:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} \text{ cm} = 13 \text{ cm}$$

$$S = 2 \cdot \frac{a \cdot b}{2} + a \cdot v + b \cdot v + c \cdot v$$

$$V = S_p \cdot v = \frac{a \cdot b}{2} \cdot v$$

$$S = \left(2 \cdot \frac{12 \cdot 5}{2} + 12 \cdot 30 + 5 \cdot 30 + 13 \cdot 30 \right) \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{12 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}}{2} \cdot 30 \text{ cm}$$

$$S = 960 \text{ cm}^2$$

$$V = 900 \text{ cm}^3$$

14. Vypočítejte výšku hranolu o objemu 50 dm^3 , jehož podstava má obsah 20 dm^2 .

Řešení:

$$V = S_p \cdot v \Rightarrow v = \frac{V}{S_p} = \frac{50 \text{ dm}^3}{20 \text{ dm}^2} = 2,5 \text{ dm}$$

15. Převeďte na uvedené jednotky.

a) $140 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2$

$$32,5 \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2$$

$$0,25 \text{ dm}^2 = \dots \text{ cm}^2$$

$$5,3 \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$$

- b) $26 \text{ mm}^2 = \dots \text{ cm}^2$ $520 \text{ m}^2 = \dots \text{ a}$
 $23\,400 \text{ m}^2 = \dots \text{ ha}$ $0,26 \text{ km}^2 = \dots \text{ ha}$
- c) $24\,500 \text{ cm}^2 = \dots \text{ dm}^2 = \dots \text{ m}^2 = \dots \text{ a}$
- d) $650\,000 \text{ m}^2 = \dots \text{ a} = \dots \text{ ha} = \dots \text{ km}^2$
- e) $0,45 \text{ km}^2 = \dots \text{ ha} = \dots \text{ a} = \dots \text{ m}^2$
- f) $0,00032 \text{ m}^2 = \dots \text{ dm}^2 = \dots \text{ cm}^2 = \dots \text{ mm}^2$

Řešení:

- a) $140 \text{ cm}^2 = 0,14 \text{ m}^2$ $32,5 \text{ dm}^2 = 0,325 \text{ m}^2$
 $0,25 \text{ dm}^2 = 25 \text{ cm}^2$ $5,3 \text{ cm}^2 = 530 \text{ mm}^2$
- b) $26 \text{ mm}^2 = 0,26 \text{ cm}^2$ $520 \text{ m}^2 = 5,2 \text{ a}$
 $23\,400 \text{ m}^2 = 2,34 \text{ ha}$ $0,26 \text{ km}^2 = 26 \text{ ha}$
- c) $24\,500 \text{ cm}^2 = 245 \text{ dm}^2 = 2,45 \text{ m}^2 = 0,0245 \text{ a}$
- d) $650\,000 \text{ m}^2 = 6\,500 \text{ a} = 65 \text{ ha} = 0,65 \text{ km}^2$
- e) $0,45 \text{ km}^2 = 45 \text{ ha} = 4\,500 \text{ a} = 450\,000 \text{ m}^2$
- f) $0,00032 \text{ m}^2 = 0,032 \text{ dm}^2 = 3,2 \text{ cm}^2 = 320 \text{ mm}^2$

16. Převeďte na uvedené jednotky.

- a) $4\,500 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3$ $2,6 \text{ dm}^3 = \dots \text{ l}$
 $6\,700 \text{ mm}^3 = \dots \text{ cm}^3$ $8 \text{ l} = \dots \text{ cm}^3$
- b) $5,6 \text{ l} = \dots \text{ cm}^3$ $86 \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3$
 $0,76 \text{ cm}^3 = \dots \text{ mm}^3$ $0,0068 \text{ m}^3 = \dots \text{ cm}^3$
- c) $24 \text{ l} = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ m}^3 = \dots \text{ cm}^3$
- d) $548\,000 \text{ ml} = \dots \text{ dl} = \dots \text{ l} = \dots \text{ cm}^3$
- e) $560\,000 \text{ mm}^3 = \dots \text{ dl} = \dots \text{ l} = \dots \text{ cm}^3$
- f) $12,3 \text{ hl} = \dots \text{ m}^3 = \dots \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$
- g) $0,5 \text{ l} = \dots \text{ dl} = \dots \text{ cl} = \dots \text{ ml}$

Řešení:

- a) $4\,500 \text{ cm}^3 = 4,5 \text{ dm}^3$ $2,6 \text{ dm}^3 = 2,6 \text{ l}$
 $6\,700 \text{ mm}^3 = 6,7 \text{ cm}^3$ $8 \text{ l} = 8\,000 \text{ cm}^3$

- b) $5,6 \text{ l} = 5\,600 \text{ cm}^3$ $86 \text{ m}^3 = 86\,000 \text{ dm}^3$
 $0,76 \text{ cm}^3 = 760 \text{ mm}^3$ $0,0068 \text{ m}^3 = 6\,800 \text{ cm}^3$
- c) $24 \text{ l} = 24 \text{ dm}^3 = 0,024 \text{ m}^3 = 24\,000 \text{ cm}^3$
- d) $548\,000 \text{ ml} = 548\,000 \text{ dl} = 548 \text{ l} = 548\,000 \text{ cm}^3$
- e) $560\,000 \text{ mm}^3 = \dots \text{ dl} = \dots \text{ l} = \dots \text{ cm}^3$
- f) $12,3 \text{ hl} = 1,23 \text{ m}^3 = 1\,230 \text{ dm}^3 = 1\,230\,000 \text{ cm}^3$
- g) $0,5 \text{ l} = 5 \text{ dl} = 50 \text{ cl} = 500 \text{ ml}$

6.2.2 Úlohy se vztahem k běžnému životu, oboru vzdělání a finančním záležitostem

- Máte natřít kostku ve tvaru krychle. Boční stěny budou natřeny bílou barvou a podstavy budou natřeny černou barvou. Jak velká plocha bude natřena bílou barvou a jak velká plocha bude natřena černou barvou, jestliže strana kostky $a = 60 \text{ cm}$?

Řešení:

Obsah boční stěny: $S = a^2 = (60 \text{ cm})^2 = 3\,600 \text{ cm}^2$

Natřeno bílou barvou: $S_B = 4 \cdot S = 4 \cdot 3\,600 \text{ cm}^2 = 14\,400 \text{ cm}^2 = 144 \text{ dm}^2 = 1,44 \text{ m}^2$

Natřeno černou barvou: $S_C = 2 \cdot S = 2 \cdot 3\,600 \text{ cm}^2 = 7\,200 \text{ cm}^2 = 72 \text{ dm}^2 = 0,72 \text{ m}^2$

- Máte ušít povlak na taburet ve tvaru krychle o straně 40 cm tak, že spodní strana (jsou tam nožky nebo kolečka) zůstane volná. Kolik čtverců látky budete potřebovat a jakou budou mít plochu v m^2 , jestliže na švy a na zahnutí na spodním okraji počítáte 2 cm látky navíc?

Řešení:

Obsah stěny: $S = a^2 = (44 \text{ cm})^2 = 1\,936 \text{ cm}^2$

Povrch taburetu: $S_T = 5 \cdot S = 5 \cdot 1\,936 \text{ cm}^2 = 9\,680 \text{ cm}^2 = 96,8 \text{ dm}^2 = 0,968 \text{ m}^2$

- Kolik litrů vody je v akváriu tvaru krychle o vnitřní hraně 70 cm ?

Řešení:

$V = a \cdot a \cdot a = a^3$

$V = (70 \text{ cm})^3$

$V = 343\,000 \text{ cm}^3 = 343 \text{ dm}^3 = 343 \text{ litrů}$

4. Jaké rozměry má zahradní vodní jímka ve tvaru krychle o objemu 50 hl?

Řešení:

$$50 \text{ hl} = 5 \text{ m}^3$$

$$V = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{5 \text{ m}^3} \Rightarrow a = 1,71 \text{ m}$$

Jímka má strany dlouhé 1,71 m.

5. Dřevěná kostka ve tvaru krychle o hraně 10 cm má hmotnost 0,750 kg.
- Jakou hmotnost má 10 kostek?
 - Kolik kilogramů barvy budete potřebovat na natření všech 10 kostek, jestliže na 1 m² se spotřebuje 0,2 kg barvy?

Řešení:

a) $10 \cdot 0,750 \text{ kg} = 7,5 \text{ kg}$

Hmotnost 10 kostek je 7,5 kg.

b) $S = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot (0,1 \text{ m})^2 = 0,06 \text{ m}^2 \Rightarrow 10 \cdot S = 10 \cdot 0,06 \text{ m}^2 = 0,6 \text{ m}^2$

$$0,6 \cdot 0,2 \text{ kg} = 0,12 \text{ kg}$$

Množství barvy bude 0,12 kg.

6. Na vydláždění nádvoří školy, které má čtvercový půdorys o straně $a = 10 \text{ m}$, se mají použít žulové kostky ve tvaru krychle, jejichž hrana je asi 10 cm. Mezery mezi kostkami zanedbejte.
- Kolik kostek bude dlaždič potřebovat?
 - Jaká je hmotnost jedné kostky? Platí $m = \rho \cdot V$, kde hustota žuly je $\rho = 2,8 \text{ g.cm}^{-3}$.
 - Jaká bude hmotnost všech kostek, které bude dlaždič potřebovat?
 - Bude potřeba na jejich dovoz nákladní automobil?

Řešení:

a) $a = 10 \text{ m} \Rightarrow 10 \text{ m} : 0,1 \text{ m} = 100 \Rightarrow$ Počet kostek je $100 \cdot 100 = 10\,000$

Dlaždič bude potřebovat 10 000 kostek.

b) $V = a^3 = (10 \text{ cm})^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 \Rightarrow m = \rho \cdot V = 2,8 \text{ g.cm}^{-3} \cdot 1\,000 \text{ cm}^3 = 2\,800 \text{ g}$

Hmotnost kostky je 2,8 kg.

c) $10\,000 \cdot 2,8 \text{ kg} = 28\,000 \text{ kg} = 28 \text{ t}$

Hmotnost všech kostek je 28 t.

d) Bude potřeba několik nákladních automobilů.

7. Dělníci vykopali jámu hlubokou 3 m, která má tvar krychle. Kolika vozy odvezli zeminu, jestliže se na jeden vůz vejde 5 m^3 zeminy?

Řešení:

$$V = a^3 = 3^3 = 27 \text{ m}^3 \Rightarrow 27 \text{ m}^3 : 5 \text{ m}^3 = 5,4$$

Bude potřeba 6 vozů.

8. Tesaři vyrobili dřevěné bednění na betonový podstavec ve tvaru krychle o hraně 2 metry. Jaký je obsah plochy, v níž se beton dotýká bednění? (Nemá víko ani dno.)

Řešení:

$$S = 4 \cdot a^2 = 4 \cdot (2 \text{ m})^2 = 64 \text{ m}^2$$

Plocha bednění je 64 m^2 .

9. Dům má střechu ve tvaru obdélníku o rozměrech 7 m a 8 m. Kolik m^3 vody naprší na střechu a nateče do sudu pod okapem, jestliže při dešti naprší 5 mm srážek? Kolik je to litrů?

Řešení:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 7 \text{ m} \cdot 8 \text{ m} \cdot 0,005 \text{ m}$$

$$V = 0,28 \text{ m}^3 = 280 \text{ litrů}$$

Do sudu naprší 280 litrů vody.

10. Truhlář má vyrobit skříň, která má tvar kvádrů o rozměrech $a = 1 \text{ m}$, $b = 0,5 \text{ m}$, $c = 2 \text{ m}$. Odhadněte, kolik m^2 dřevěných prken bude potřebovat, jestliže skříň bude zapuštěna do stěny a nebude mít dveře a při odhadu zanedbáte tloušťku prken.

Řešení:

$$S = 2 \cdot (a \cdot b + b \cdot c) + c \cdot a$$

$$S = 2 \cdot (1 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} + 0,5 \text{ m} \cdot 2 \text{ m}) + 2 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}$$

$$S = 5 \text{ m}^2$$

Truhlář bude potřebovat na výrobu skříně 5 m^2 prken.

11. Kolik hl vody budete potřebovat na naplnění bazénu ve tvaru kvádrů o délce 10 m, šířce 5 m a hloubce 1,5 m? Kolik zaplatíte za vodu, jestliže 1 m³ stojí 100 Kč?

Řešení:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 10 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m}$$

$$V = 75 \text{ m}^3 \Rightarrow 75 \cdot 100 \text{ Kč} = 7\,500 \text{ Kč}$$

Objem bazénu je 75 m³ a za jeho naplnění zaplatíme 7 500 Kč.

12. Místnost má tvar kvádrů s rozměry $a = 4 \text{ m}$, $b = 5 \text{ m}$ a $c = 3 \text{ m}$. Jsou v ní dvě okna o rozměrech $\check{s} = 1 \text{ m}$ a $v = 1,5 \text{ m}$ a dveře, které mají šířku 0,9 m a výšku 2 m. Kolik kilogramů barvy budete potřebovat, když každou stěnu a strop budete malovat dvakrát, je-li spotřeba barvy 1 kg na 50 m²?

Řešení:

$$S = a \cdot b + 2 \cdot (b \cdot c + c \cdot a) - 2 \cdot S_O - S_D$$

$$S = 4 \text{ m} \cdot 5 \text{ m} + 2 \cdot (5 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} + 3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}) - 2 \cdot 1 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} - 0,9 \text{ m} \cdot 2 \text{ m}$$

$$S = 139,4 \text{ m}^2 \Rightarrow 139,4 \text{ m}^2 : 50 \text{ m}^2 = 2,8$$

Spotřeba barvy bude 2,8 kg.

13. Na terasu, která má délku 8 m a šířku 3 m, napadlo 15 cm sněhu. Kolik m³ sněhu musíte odházet, až budete terasu uklízet?

Řešení:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 8 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 0,15 \text{ m}$$

$$V = 3,6 \text{ m}^3$$

Odházet se musí 3,6 m³.

14. Do nádrže tvaru kvádrů o rozměrech $a = 400 \text{ mm}$, $b = 550 \text{ mm}$ a $v = 950 \text{ mm}$ byly nality 2 hl vody. Kolik litrů vody je třeba dolít, aby byla nádrž plná?

Řešení:

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 4 \text{ dm} \cdot 5,5 \text{ dm} \cdot 9,5 \text{ dm}$$

$$V = 209 \text{ dm}^3 = 209 \text{ l}$$

$$2 \text{ hl} = 200 \text{ l} \Rightarrow 209 \text{ l} - 200 \text{ l} = 9 \text{ l}$$

Je třeba ještě dolít 9 litrů vody.

15. Požární nádrž je dlouhá 15 m, široká 10 m a hluboká 3 m. Máte ji naplnit vodou do $\frac{2}{3}$.
Kolik hektolitřů vody bude v nádrži?

Řešení:

$$c = \frac{2}{3} \cdot 3 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = 15 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} \cdot 2 \text{ m}$$

$$V = 300 \text{ m}^3 = 3 \text{ 000 hl}$$

V nádrži bude 3 000 hl vody.

16. Zahradník ohraničil obrubníky 5 záhonů, na kterých chce pěstovat okrasné květiny. Každý záhon má tvar kvádrů o rozměrech $d = 7 \text{ m}$, $\check{s} = 1,2 \text{ m}$ a $v = 25 \text{ cm}$.
- Kolik zeminy se spotřebuje na jeden záhon?
 - Kolik zeminy bude potřeba pro 5 záhonů?
 - Kolikrát bude muset přijet traktor, jestliže najednou uveze 3 m^3 zeminy?

Řešení:

$$\text{a) } V = d \cdot \check{s} \cdot v = 7 \text{ m} \cdot 1,2 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m} = 2,1 \text{ m}^3$$

Na jeden záhon spotřebujeme $2,1 \text{ m}^3$ zeminy.

$$\text{b) } 2,1 \text{ m}^3 \cdot 5 = 10,5 \text{ m}^3$$

Na pět záhonů potřebujeme $10,5 \text{ m}^3$ zeminy.

$$\text{c) } 10,5 \text{ m}^3 : 3 \text{ m}^3 = 3,5$$

Traktor musí přijet 4krát.

17. Na školním pozemku jsou 4 cesty široké 2 m a dlouhé 30 m. Vypočtete:
- plochu, kterou zabírají
 - kolik m^3 písku budete potřebovat, jestliže každou cestu máte vysypat pískem do výšky 3 cm
 - cenu písku, jestliže 1 m^3 písku stojí 180 Kč

Řešení:

a) $S = 4 \cdot 2 \text{ m} \cdot 30 \text{ m} = 240 \text{ m}^2$

Cestičky zabírají plochu 240 m^2 .

b) $V = S \cdot v = 240 \text{ m}^2 \cdot 0,03 \text{ m} = 7,2 \text{ m}^3$

Na vysypání cestiček budeme potřebovat $7,2 \text{ m}^3$ písku.

c) $7,2 \cdot 180 \text{ Kč} = 1\,296 \text{ Kč}$

Vysypání cestiček bude stát $1\,296 \text{ Kč}$.

18. Papírová krabice bez víka má tvar pravidelného čtyřbokého hranolu o straně $a = 30 \text{ cm}$ a výšce $v = 15 \text{ cm}$. Vypočtete:

a) povrch krabice

b) spotřebu papíru na výrobu krabice, jestliže počítáme na záhyby 15% papíru

c) objem krabice

Řešení:

a) $S = a \cdot a + 2 \cdot (a \cdot c + c \cdot a) = a^2 + 4 \cdot (a \cdot c)$

$$S = (30 \text{ cm})^2 + 4 \cdot (30 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}) = 2\,700 \text{ cm}^2$$

Povrch krabice je $2\,700 \text{ cm}^2$.

b) $2\,700 \text{ cm}^2 \cdot 1,15 = 3\,105 \text{ cm}^2$

Spotřeba papíru je $3\,105 \text{ cm}^2$.

c) $V = a \cdot b \cdot c = a^2 \cdot c$

$$V = (30 \text{ cm})^2 \cdot 15 \text{ cm} = 13\,500 \text{ cm}^3$$

Objem krabice je $13\,500 \text{ cm}^3$.

19. Plavecký bazén má tvar kvádrů o rozměrech $a = 25 \text{ m}$, $b = 15 \text{ m}$ a $v = 2,5 \text{ m}$. Vypočtete:

a) plochu, kterou je třeba vydláždit

b) kolik dlaždic je potřeba na vydláždění, jestliže jedna dlaždice má tvar obdélníku s rozměry $d = 40 \text{ cm}$ a $š = 20 \text{ cm}$

c) objem vody v hl, jestliže je bazén naplněn do výšky $2,4 \text{ m}$

Řešení:

a) $S = a \cdot b + 2 \cdot (b \cdot v + v \cdot a)$

$$S = 25 \text{ m} \cdot 15 \text{ m} + 2 \cdot (15 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ m} + 2,5 \text{ m} \cdot 25 \text{ m}) = 575 \text{ m}^2$$

Je potřeba vydláždit 575 m^2 .

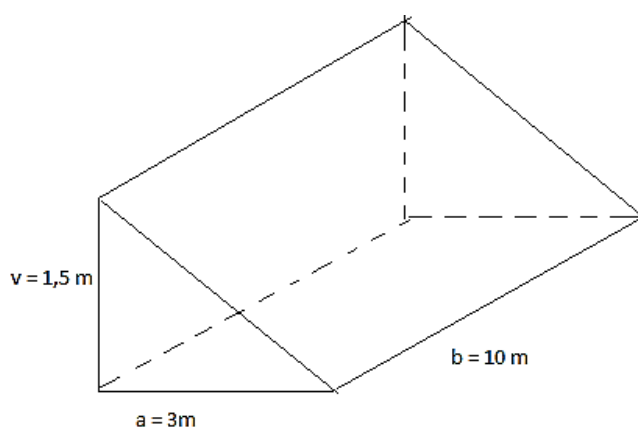
b) $575 \text{ m}^2 : (0,4 \text{ m} : 0,2 \text{ m}) = 575 \text{ m}^2 : 0,08 \text{ m}^2 = 7 187,5$ dlaždic

Na vydláždění potřebujeme minimálně 7 188 dlaždic.

c) $V = a \cdot b \cdot v = 25 \text{ m} \cdot 15 \text{ m} \cdot 2,4 \text{ m} = 900 \text{ m}^3 = 9 000 \text{ hl}$

V bazénu je 9 000 hl vody.

20. Truhlář má vyrobit nájezd na rampu, který má tvar trojbokého hranolu s podstavou pravoúhlého trojúhelníku a je znázorněn na obrázku. Na ocelovou konstrukci připevní dřevěné desky tak, že jimi pokryje nájezdovou plochu a boční trojúhelníkové stěny. Kolik bude stát dřevo, jestliže cena desek je 180 Kč za 1 m^2 .



Obrázek 64. Povrchy a objemy těles – příklad 20 – zadání

Řešení:

Délka nájezdové plochy: $d = \sqrt{a^2 + v^2} = \sqrt{3^2 + 1,5^2} \text{ m} = 3,35 \text{ m}$

Obsah nájezdové plochy: $S_l = d \cdot b = 3,35 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 33,5 \text{ m}^2$

Plocha dvou bočnic: $2 \cdot S_A = a \cdot v = 3 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} = 4,5 \text{ m}^2$

Cena nájezdové plochy: $(33,5 + 4,5) \cdot 180 \text{ Kč} = 6 840 \text{ Kč}$

Cena prken je 6 840 Kč.

21. Jaký objem má půdní prostor ve tvaru trojbokého hranolu pod střechou domu 14 m dlouhého a 7 m širokého, je-li výška štítu 3 m? Kolik kilogramů sena se tam vejde, je-li hustota volně loženého sena $80 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$?

Řešení:

Objem půdního prostoru: $V = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot v = \frac{1}{2} \cdot 14 \text{ m} \cdot 7 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} = 147 \text{ m}^3$

Hmotnost sena: $m = \rho \cdot V = 80 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 147 \text{ m}^3 = 11 760 \text{ kg}$

V půdním prostoru o objemu 147 m^3 je 11 760 kg sena.

22. Vypočítejte hmotnost bukové fošny o rozměrech 5 cm, 25 cm a 400 cm, je-li hustota bukového dřeva při 15% vlhkosti $\rho = 620 \text{ kg.m}^{-3}$. Pro výpočet hmotnosti platí vzorec $m = \rho \cdot V$. Jaká bude hmotnost 60 takových fošen?

Řešení:

Objem fošny: $V = a \cdot b \cdot c = 5 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} \cdot 400 \text{ cm} = 50\,000 \text{ cm}^3 = 0,05 \text{ m}^3$

Hmotnost fošny: $m = \rho \cdot V = 620 \text{ kg.m}^{-3} \cdot 0,05 \text{ m}^3 = 31 \text{ kg}$

Hmotnost 60 fošen: $60 \cdot 31 \text{ kg} = 1\,860 \text{ kg}$

Hmotnost jedné fošny je 31 kg a hmotnost 60 fošen je 1 860 kg.

23. Bazén je 8 m dlouhý, 3,5 m široký a voda v něm je napuštěna do výšky 1,8 m. Když do něho skočil Karel a zcela se ponořil, hladina stoupla o 4 mm. Jakou má Karel hmotnost, jestliže víme, že 1 litr lidského těla má hmotnost přibližně 1 kg?

Řešení:

Objem vody, která stoupne, v litrech: $80 \text{ dm} \cdot 35 \text{ dm} \cdot 0,04 \text{ dm} = 112 \text{ dm}^3 = 112 \text{ l}$

Karel váží 112 kg.

7 Seznam tabulek, grafů a obrázků

7.1 Seznam tabulek

Tabulka 1.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 1 – řešení	93
Tabulka 2.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 9 – zadání.....	96
Tabulka 3.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 9 – řešení	97
Tabulka 4.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 1 – řešení.....	99
Tabulka 5.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 2 – řešení.....	99
Tabulka 6.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 10 – řešení.....	104
Tabulka 7.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 12 – řešení.....	105
Tabulka 8.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 17 – zadání.....	108
Tabulka 9.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 20 – zadání.....	110
Tabulka 10.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 21 – zadání.....	111
Tabulka 11.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 21 – řešení.....	112
Tabulka 12.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 23 – zadání.....	112
Tabulka 13.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 23 – řešení.....	112
Tabulka 14.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 24 – řešení.....	113
Tabulka 15.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 25 – řešení.....	114
Tabulka 16.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 25 – řešení.....	114
Tabulka 17.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 26 – řešení.....	114

7.2 Seznam grafů

Graf 1.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 2 – zadání.....	93
Graf 2.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 3 – zadání.....	94
Graf 3.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 4 – zadání.....	94
Graf 4.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 5 – zadání.....	95
Graf 5.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 6 – zadání.....	95
Graf 6.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 7 – zadání.....	96
Graf 7.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 10 – zadání.....	97
Graf 8.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 11 – zadání.....	98
Graf 9.	Práce s daty a informacemi, ... – průpravné úlohy – příklad 12 – zadání.....	98
Graf 10.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 3 – zadání.....	100

Graf 11.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 4 – zadání.....	100
Graf 12.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 5 – zadání.....	101
Graf 13.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 6 – zadání.....	102
Graf 14.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 7 – zadání.....	102
Graf 15.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 8 – zadání.....	103
Graf 16.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 9 – zadání.....	103
Graf 17.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 10 – zadání.....	104
Graf 18.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 11 – zadání.....	104
Graf 19.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 12/1 – řešení.....	105
Graf 20.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 12/2 – řešení.....	106
Graf 21.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 13 – zadání.....	106
Graf 22.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 14 – zadání.....	107
Graf 23.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 15 – zadání.....	107
Graf 24.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 16 – zadání.....	108
Graf 25.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 17 – zadání.....	109
Graf 26.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 18 – zadání.....	109
Graf 27.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 19 – zadání.....	110
Graf 28.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 20 – řešení.....	111
Graf 29.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 23 – řešení.....	113
Graf 30.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 24 – řešení.....	113
Graf 31.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 25 – řešení.....	114
Graf 32.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 26 – řešení.....	115
Graf 33.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 28 – řešení.....	115
Graf 34.	Práce s daty a informacemi, závislosti – příklad 29 – řešení.....	116

7.3 Seznam obrázků

Obrázek 1.	Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 2 – řešení	6
Obrázek 2.	Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 3 – řešení	7
Obrázek 3.	Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 20 – zadání	12
Obrázek 4.	Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 20 – řešení	12
Obrázek 5.	Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 21 – zadání	13
Obrázek 6.	Přirozená a celá čísla – průpravné úlohy – příklad 22 – zadání	13

Obrázek 7.	Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 1 – zadání	31
Obrázek 8.	Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 2 – zadání	31
Obrázek 9.	Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 3 – řešení	32
Obrázek 10.	Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 3 – řešení	32
Obrázek 11.	Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 22a – zadání	36
Obrázek 12.	Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 22b – zadání	36
Obrázek 13.	Racionální a reálná čísla – průpravné úlohy – příklad 22c – zadání	36
Obrázek 14.	Racionální a reálná – příklad 48 – řešení	52
Obrázek 15.	Procenta – průpravné úlohy – příklad 1 – zadání	58
Obrázek 16.	Procenta – průpravné úlohy – příklad 2 – zadání	58
Obrázek 17.	Procenta – průpravné úlohy – příklad 3 – zadání	59
Obrázek 18.	Poměr a úměra – průpravné úlohy – příklad 1 – zadání	65
Obrázek 19.	Poměr a úměra – průpravné úlohy – příklad 2 – zadání	65
Obrázek 20.	Poměr a úměra – průpravné úlohy – příklad 3 – zadání	65
Obrázek 21.	Poměr a úměra – příklad 3 – zadání	68
Obrázek 22.	Poměr a úměra – příklad 8 – zadání	69
Obrázek 23.	Poměr a úměra – příklad 12 – řešení	70
Obrázek 24.	Poměr a úměra – příklad 23 – zadání	73
Obrázek 25.	Proměnná a výrazy s proměnnými – příklad 4 – zadání	79
Obrázek 26.	Proměnná a výrazy s proměnnými – příklad 5 – zadání	80
Obrázek 27.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 1 – řešení	118
Obrázek 28.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 2 – řešení	119
Obrázek 29.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 3 – zadání	119
Obrázek 30.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 4 – zadání	119
Obrázek 31.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 5 – zadání	120
Obrázek 32.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 5 – řešení	120
Obrázek 33.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 7 – zadání	120
Obrázek 34.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 8 – zadání	121
Obrázek 35.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 10 – zadání	121
Obrázek 36.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 11 – zadání	122
Obrázek 37.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 12 – zadání	122
Obrázek 38.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 15 – zadání	123

Obrázek 39.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 15 – řešení.....	123
Obrázek 40.	Základní pojmy – průpravné úlohy – příklad 15 – zadání.....	123
Obrázek 41.	Obvody a obsahy útvarů v rovině – průpravné úlohy – příklad 3 – zadání....	128
Obrázek 42.	Obvody a obsahy útvarů v rovině – průpravné úlohy – příklad 4 – zadání....	129
Obrázek 43.	Obvody a obsahy útvarů v rovině – průpravné úlohy – příklad 7 – zadání....	130
Obrázek 44.	Obvody a obsahy útvarů v rovině – příklad 32 – zadání	142
Obrázek 45.	Obvody a obsahy útvarů v rovině – příklad 32 – řešení	142
Obrázek 46.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 1 – zadání	145
Obrázek 47.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 2 – zadání	146
Obrázek 48.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 3 – zadání	146
Obrázek 49.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 4 – zadání	147
Obrázek 50.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 5 – zadání	147
Obrázek 51.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 6 – řešení	148
Obrázek 52.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 7 – řešení	148
Obrázek 53.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 8 – řešení	149
Obrázek 54.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 9 – zadání	149
Obrázek 55.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 10 – zadání	150
Obrázek 56.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 11 – zadání	151
Obrázek 57.	Vzájemná poloha ... – průpravné úlohy – příklad 11 – zadání	152
Obrázek 58.	Vzájemná poloha ... – příklad 13 – řešení	153
Obrázek 59.	Vzájemná poloha ... – příklad 7 – zadání	155
Obrázek 60.	Vzájemná poloha ... – příklad 7 – zadání	155
Obrázek 61.	Povrchy a objemy těles – průpravné úlohy – příklad 1 – zadání.....	158
Obrázek 62.	Povrchy a objemy těles – průpravné úlohy – příklad 7 – zadání.....	160
Obrázek 63.	Povrchy a objemy těles – průpravné úlohy – příklad 9 – řešení.....	161
Obrázek 64.	Povrchy a objemy těles – příklad 20 – zadání	170

8 Použité zdroje

8.1 Tištěné dokumenty

- [1] *Standardy pro základní vzdělávání. Matematika a její aplikace, skupina pro přípravu standardů vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace.* NÚV, 2013.
- [2] ZELENDOVÁ, Eva, FUCHS, Eduard a kol. *Metodické komentáře k oboru Matematika a její aplikace.* NÚV, 2013.
- [3] FUCHS, Eduard, BINTEROVÁ, Helena a kol. *Standardy a testové úlohy z matematiky pro střední odborná učiliště.* Praha: Prometheus, 2004. ISBN 800-7196-294-5.
- [4] KEBLOVÁ, Alena, VOLKOVÁ, Jana. *Matematika pro 1. až 3. ročník odborných učilišť. Aritmetika, algebra.* Praha: Septima, 2002. ISBN 80-7216-170-9.
- [5] KEBLOVÁ, Alena, VOLKOVÁ, Jana. *Matematika pro 1. až 3. ročník odborných učilišť. Geometrie.* Praha: Septima, 2017. ISBN 978-80-7216-343-4.
- [6] CALDA, Emil. *Matematika pro dvouleté a tříleté učební obory SOU, 1. díl.* Praha: Prometheus, 2017. ISBN 978-80-7196-367-7.
- [7] CALDA, Emil. *Matematika pro dvouleté a tříleté učební obory SOU, 2. díl.* Praha: Prometheus, 2013. ISBN 978-80-7196-260-1.
- [8] BARTOŠEK, M., PROCHÁZKA, F., STANĚK, M., BOBKOVÁ, Z. *Sbírka řešených úloh z aplikované matematiky pro střední školy pro technické obory se strojírenským základem.* NÚV, 2018.
- [9] HUDCOVÁ, M., KUBIČÍKOVÁ, L. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium.* Praha: Prometheus, 2000. ISBN: 978-80-7196-318-9.
- [10] HOŠPESOVÁ, A., DIVÍŠEK, J., KUŘINA, F. *Matematika pro 5. ročník základní školy – Svět čísel a tvarů.* Praha: Prometheus, 2014. ISBN 978-80-7196-192-5.

- [11] ŠAROUNOVÁ, Alena. *Matematika 6, 1. a 2. díl.* Praha: Prometheus, 2014. ISBN 978-80-7196-373-8 a ISBN 978-80-7196-456-8.
- [12] ŠAROUNOVÁ, Alena a kol. *Matematika 7, 1. a 2. díl.* Praha: Prometheus, 2015. ISBN 80-7196-085-3 a ISBN 80-7196-106-X.

8.2 Elektronické dokumenty

- [13] Generátor citací. *Citace.com* [online]. 2012 [cit. 2013-01-02]. Dostupné z: <http://generator.citace.com/>



Národní pedagogický institut České republiky
Projekt Modernizace odborného vzdělávání (MOV)
Senovážné nám. 872/25, 110 00 Praha 1
www.projektmov.cz